

Chapitre 6 – Exercices

Loi binomiale

Exercice 1 :

Partie 1 : Répétition de lancer à pile ou face

On dispose d'une pièce de monnaie équilibrée, et on estime que notre lancer est un succès lorsqu'on tombe sur pile.

- 1) On répète trois fois le lancer à pile ou face. Lister toutes les issues possibles donnant exactement deux « Pile ».
- 2) Lister maintenant l'ensemble des possibilités donnant exactement deux « Pile » lorsqu'on lance quatre fois la pièce.
- 3) Faire la même liste pour trouver le nombre de possibilités donnant exactement deux « Pile » lorsqu'on lance cinq fois la pièce de monnaie.

Partie 2 : Nombre de succès

L'objectif de cette partie est de trouver une formule permettant de calculer le nombre de possibilités d'avoir un certain nombre de succès « Pile » lorsqu'on répète plusieurs lancers de la pièce. Pour cela, on va avoir besoin d'un nouveau calcul mathématique : la **factorielle** que l'on note avec un point d'exclamation !

Définition : Pour $n \in \mathbb{N}$ on définit $n!$ (se prononce « factorielle n ») par $n! = 1 \times 2 \times \dots \times n$.

Exemple : $6! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$

- 4) Calculer les factorielles suivantes.
 - a. $2!$
 - b. $3!$
 - c. $4!$
 - d. $5!$
- 5) Compléter le tableau suivant à l'aide notamment de la partie 1.

Question	Nombre de lancers n	Nombre de succès k	$\frac{n!}{k!}$	Nombre de possibilités
Q°1	$n = 3$	$k = 2$	$\frac{3!}{2!} = 3$	
Q°2	$n =$	$k =$		
Q°3	$n =$	$k =$		

- 6) À l'aide du tableau, trouver une formule pour le nombre de possibilités d'avoir k succès lorsqu'on lance n fois la pièce de monnaie. *Cette formule fera intervenir uniquement des factorielles.*

Exercice 2 :

Calculer les coefficients binomiaux suivants.

$$\binom{2}{1} \quad \binom{3}{2} \quad \binom{5}{2} \quad \binom{7}{4} \quad \binom{6}{0}$$

Exercice 3 :

Dans chaque cas dire s'il s'agit d'une épreuve de Bernoulli.

- 1) Une usine fabrique trois types de moteurs électriques : 1,5 Volts, 3 Volts ou 9 Volts. On choisit un moteur au hasard.
- 2) On lance une pièce en l'air, et on observe la face apparente lorsqu'elle retombe au sol.
- 3) On choisit un élève au hasard dans le lycée et on s'intéresse à son mois de naissance.
- 4) On choisit un élève au hasard dans le lycée et on s'intéresse au fait qu'il ait réussi ou non son baccalauréat.
- 5) On choisit un élève au hasard dans le lycée, et on souhaite savoir s'il est né pendant le mois de décembre.

Exercice 4 :

- 1) Représenter la situation décrite par la loi binomiale suivante à l'aide d'un arbre : $\mathcal{B}(2 ; 0, 2)$.
- 2) Représenter la situation décrite par la loi binomiale suivante à l'aide d'un arbre : $\mathcal{B}(3 ; 0, 6)$.

Exercice 5 :

On considère une variable aléatoire X qui suit une loi binomiale $\mathcal{B}(6 ; 0, 1)$.

- 1) Compléter le tableau qui donne la loi de probabilité de X .

x_i	0	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$							

- 2) À l'aide du tableau, déterminer la probabilité $P(X \leq 2)$.
- 3) À l'aide du tableau, déterminer la probabilité $P(X > 4)$.