

Travail encadré – pour le DS n°3

Suites arithmétiques

Correction

Exercice 1 :

La suite (u_n) est arithmétique de premier terme $u_0 = -7$ et de raison $r = -2,5$.

- 1) Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

$$u_1 = u_0 + r = -7 - 2,5 = -9,5$$

$$u_2 = u_1 + r = -9,5 - 2,5 = -12$$

$$u_3 = u_2 + r = -12 - 2,5 = -14,5$$

- 2) Donner le terme général de la suite (u_n) .

$$\text{Pour tout } n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 + n \times r = -7 - 2,5 \times n$$

- 3) En déduire la valeur de u_{38} .

$$u_{38} = -7 - 2,5 \times 38 = -102$$

Exercice 2 :

(v_n) est arithmétique et est telle que $v_3 = 5$ et $v_8 = 20$. Quelle est sa raison ?

Puisque $8-3=5$ on a : $v_8 - v_3 = 5 \times r$ Donc la raison de la suite (v_n) est $r=3$.

$$20 - 5 = 5r$$
$$15 = 5r$$
$$r = 3$$

Exercice 3 :

- 1) Développer la somme suivante sous la forme d'une suite d'additions : $\sum_{k=1}^6 3k$.

$$\sum_{k=1}^6 3k = 3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18$$

- 2) Calculer les sommes suivantes en utilisant la formule $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$.

a. $\sum_{k=1}^{13} k$

b. $\sum_{k=26}^{49} k$

$$\text{a. } \sum_{k=1}^{13} k = \frac{13(13+1)}{2}$$
$$= 91$$

$$\text{b. } \sum_{k=26}^{49} k = \sum_{k=1}^{49} k - \sum_{k=1}^{25} k$$
$$= \frac{49(49+1)}{2} - \frac{25(25+1)}{2}$$
$$= 1225 - 325$$
$$= 900$$

Exercice 4 :

Le prix d'un abonnement à une salle de sport coûte 23€ le premier mois et chaque mois cet abonnement augmente de 10 centimes.

On note u_n le prix de l'abonnement au n -ième mois.

- 1) Calculer u_1 et u_2 .

$$u_1 = 23 + 0,10 = 23,10$$

$$u_2 = u_1 + 0,10 = 23,20$$

- 2) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Quelle est sa raison?

La suite (u_n) est arithmétique de raison $r = 0,10$.

- 3) Donner le terme général de la suite (u_n) .

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 + n \times r = 23 + n \times 0,10$.

- 4) Au bout d'un an, quelle somme aura été dépensée au total dans cet abonnement?

1 an correspond à 12 mois, si u_0 est le prix au premier mois, u_{11} est le prix au 12^e mois.

De plus: $u_{11} = 23 + 11 \times 0,10 = 24,1$.

Ainsi on calcule
la somme dépensée
au total:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{11} u_k &= (11+1) \frac{u_0 + u_{11}}{2} \\ &= 12 \times \frac{23 + 24,1}{2} \\ &= 282,60 \end{aligned}$$

On aura dépensé
282,60 € dans cet
abonnement au
bout d'un an.

- 5) Bonus : Quelle sera la somme dépensée pendant la quatrième année uniquement?