Chapitre 2 – Exercices

Fonction inverse

Exercice 1 :

Calculer les dérivées des fonctions suivantes toutes définies sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

- $f(x) = x + \frac{1}{x}$
- $g(x) = \frac{2}{x}$
- $h(x) = -x^2 - \frac{3}{x}$
- $k(t) = 3t - 2 + \frac{1}{t}$
- $j(x) = 2x + \frac{5}{x}$
- $q(x) = 7x^2 - 2x + 6 + \frac{4}{x}$
- $p(x) = x^2 + \frac{1}{x}$
- $L(x) = 3x^2 - 5x + 2 + \frac{1}{x}$
- $M(x) = -2x^3 + 4x^2 + \frac{1}{x} + 1$

Exercice 2 :

Soit f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $f(x) = 3 - \frac{1}{x}$.

1) Dériver la fonction f.

2) Dresser le tableau de signes de la fonction f' et en déduire le tableau de variations de f.

Exercice 3 :

Soit g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $g(x) = 0,25x + \frac{1}{x}$.

1) Dériver la fonction g.

2) Dresser le tableau de signes de la fonction g' et en déduire le tableau de variations de g.

Exercice 4 :

Une petite entreprise artisanale fabrique des répliques d'objets antiques. Au maximum, elle peut en produire 25 par jour.

Le **coût total** de production (en €) dépend du **nombre $\boldsymbol{x}$** d'objets fabriqués. Il est donné par la fonction de coût exprimée ainsi :

$$C_T(x) = 0,1x^2 + 30x + 40.$$

Le **coût unitaire** d'un produit est donné par la fonction : $C_M(x) = \frac{C_T(x)}{x}$.

Objectif : Le but de cet exercice est d'optimiser la production ; c'est-à-dire déterminer quelle quantité d'objets il faut produire par jour afin d'obtenir un coût unitaire le plus faible possible.

1) Quel est l'ensemble de définition de la fonction C_M ?

2) À combien s'élèves les coûts fixes quotidiens ?

3) Quel est le coût de production d'un objet si la production est de 10 unités ? Et de 15 unités ?

4) Dériver la fonction C_M.

5) Dresser le tableau de signe de $\boldsymbol{C'_M}$ et en déduire les variations de C_M.

6) Conclure.

Exercice 5 : Powered start-up

Une start-up spécialisée dans la fabrication de **batteries portables écologiques** développe un modèle rechargeable à base de matériaux recyclés. Sa capacité de production quotidienne ne peut pas dépasser **40 unités**.

Le **coût total journalier** de production (en €) dépend du nombre x de batteries fabriquées, et est donné par la fonction T définie par $T(x) = 0,2x^2 + 20x + 160$.

Le coût moyen (coût unitaire) d'une batterie est donné par la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{T(x)}{x}$.

Objectif : Le but de cet exercice est de déterminer la quantité de batteries à produire chaque jour afin d'obtenir un coût moyen de fabrication le plus bas possible.

1) À combien s'élève les coûts fixes journaliers ?

2) Donner l'expression algébrique réduite de f.

3) Dériver la fonction f.

4) Dresser le tableau de signe de f' et en déduire les variations de f.

5) Conclure.

Exercice 6 : Vente de café

Une société de torréfaction vend des coffrets de café de spécialité aux restaurants. Sa capacité maximale de production quotidienne est de **50 coffrets**.

Le **coût total journalier** de production en € dépend du nombre x de coffrets fabriqués. Il est donné par la fonction T définie par $T(x) = 0,15x^2 + 18x + 120$

Le **coût unitaire** d'un coffret est donné par la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{T(x)}{x}$.

Objectif : Déterminer la quantité de coffrets à produire chaque jour afin de minimiser le coût unitaire de fabrication.

1) À combien s'élève les coûts fixes journaliers ?

2) Donner l'expression algébrique réduite de f.

3) Dériver la fonction f.

4) Dresser le tableau de signe de f' et en déduire les variations de f.

5) Conclure.