Chapitre 8 – Exercices

Inéquations produit & inéquations quotient

Exercice 1 :

Soit f une fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = (8 - 4x)(x + 3)$.

1) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

2) En déduire le tableau de signes de f.

x	
$8 - 4x$	
$x + 3$	
$f(x)$	

3) À l'aide de la dernière ligne du tableau, résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 0$.

Exercice 2 :

Soit g une fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $g(x) = (3x - 2)(6x + 36)$.

1) Résoudre l'équation $g(x) = 0$.

2) En déduire le tableau de signes de g.

3) À l'aide de la dernière ligne du tableau, résoudre l'inéquation $g(x) > 0$.

Exercice 3 :

Soit k la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $k(x) = 4x^2 - 81$.

1) Factoriser k.

2) À l'aide du tableau de signes de k, résoudre l'inéquation $k(x) \leqslant 0$.

Exercice 4 :

Soit h la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $h(x) = 2x^2 + 2x - 4$.

1) Déterminer une racine évidente de h.

2) Factoriser h.

3) À l'aide du tableau de signes de h, résoudre l'inéquation $h(x) > 0$.

Exercice 5 :

Soit m la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $m(x) = 2x^2 - x - 3$.

1) Déterminer une racine évidente de m.

2) Factoriser m.

3) À l'aide du tableau de signes de m, résoudre l'inéquation $m(x) < 0$.

Exercice 6 :

Soit d la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $d(x) = 4x^2 + 10x - 6$.

1) Déterminer une racine évidente de d.

2) Factoriser d.

3) À l'aide du tableau de signes de d, résoudre l'inéquation $d(x) \geqslant 0$.

Exercice 7 :

Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 9x^2 + 2x - 21 \qquad\qquad g(x) = 2x + 15$$

L'objectif de cet exercice est d'étudier la **position relative** entre les courbes représentatives de f et g (c'est-à-dire déterminer les intervalles sur lesquels l'une des courbes est au-dessus de l'autre).

1) Montrer que l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$ est équivalente à l'inéquation suivante : $9x^2 - 36 \leqslant 0$.

2) Dresser le tableau de signes de la fonction $x \longmapsto 9x^2 - 36$.

3) Déterminer la position de relative des courbes de f et g à l'aide du tableau.

Exercice 8 :

Soit h et k deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = 37 - 6x - 4x^2 \qquad\qquad k(x) = 12 - 6x$$

1) Montrer que l'inéquation $h(x) \leqslant k(x)$ est équivalente à l'inéquation suivante : $25 - 4x^2 \leqslant 0$.

2) Dresser le tableau de signes de la fonction $x \longmapsto 25 - 4x^2$.

3) Déterminer la position de relative des courbes de h et k à l'aide du tableau.

Exercice 9 :

Déterminer les ensembles de définition des fonctions suivantes.

$f(x) = \dfrac{3}{2x-5}$ $\quad$ $i(x) = \dfrac{2x-1}{x-7}$ $\quad$ $l(x) = \dfrac{x+3}{x^2+6x+9}$

$g(x) = \dfrac{-1}{x+4}$ $\quad$ $j(x) = \dfrac{4x}{x^2-9}$ $\quad$ $m(x) = \dfrac{2x-5}{x^2-16}$

$h(x) = \dfrac{5x+25}{-3x+6}$ $\quad$ $k(x) = \dfrac{3x+1}{x^2-4}$ $\quad$ $n(x) = \dfrac{-3+7x}{x^2-2x+1}$

Exercice 10 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{8x-9}{5-3x}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction f.

2) Dresser le tableau de signes de f.

3) En déduire l'ensemble de solution de l'inéquation $f(x) < 0$.

Exercice 11 :

Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{9-x}{-2x+65}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_g$ de la fonction g.

2) Dresser le tableau de signes de g.

3) En déduire l'ensemble de solution de l'inéquation $g(x) \geqslant 0$.

Exercice 12 : ★

Soit f et g les fonctions définies par $f(x) = \dfrac{37+x-10x^2}{3x+1}$ et $g(x) = 1-2x$.

1) Déterminer les ensembles de définition $\mathcal{D}_f$ et $\mathcal{D}_g$ des fonctions respectives f et g.

2) Montrer que l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$ est équivalente à l'inéquation suivante : $\dfrac{36-4x^2}{3x+1} \leqslant 0$.

3) Dresser le tableau de signes de la fonction $x \longmapsto \dfrac{36-4x^2}{3x+1}$.

4) Déterminer la position de relative sur $\mathcal{D}_f$ des courbes de f et g à l'aide du tableau.