Chapitre 3 – Correction des exercices

Ensembles de nombres

Rappel : On définit un **ensemble fini** à l'aide d'accolades. Exemple : l'ensemble $\{\mathbf{3;28}\}$ est un ensemble qui contient deux éléments, 3 et 28.

Exercice 1 :

Compléter par l'un des symboles $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

97 ...$\in$... $\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$ ...$\not\subset$... $\mathbb{N}$	-75 ...$\in$... $\mathbb{Z}$
$\sqrt{9}$ ...$\notin$... $\mathbb{Z}$	$\{1;9\}$ ...$\subset$... $\mathbb{N}$	$\{-37;2;7\}$ ...$\not\subset$... $\mathbb{N}$
$\mathbb{N}$ ...$\subset$... $\mathbb{Z}$	-8 ...$\notin$... $\mathbb{N}$	$37,28$ ...$\notin$... $\mathbb{Z}$

Exercice 2 :

Compléter par l'un des symboles $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

$3,5$ ...$\notin$... $\mathbb{N}$	$\mathbb{D}$ ...$\not\subset$... $\mathbb{N}$	π ...$\notin$... $\mathbb{D}$	$2,667$ ...$\in$... $\mathbb{D}$
6 ...$\in$... $\mathbb{Z}$	$\{0;2;7\}$ ...$\subset$... $\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$ ...$\subset$... $\mathbb{D}$	$\{-39;68\}$ ...$\subset$... $\mathbb{D}$
$\mathbb{N}$ ...$\subset$... $\mathbb{Z}$	$\frac{5}{4}$ ...$\in$... $\mathbb{D}$	$\{-5;3\}$ ...$\not\subset$... $\mathbb{N}$	

Exercice 3 :

Écrire les éléments de $\mathbb{D}$ suivants sous la forme $\frac{a}{10^n}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$. *Exemple :* $-3,1 = \frac{-31}{10}$.

$5,2$ $\quad$ $9,07$ $\quad$ $-3,51$ $\quad$ $2,667$

Correction de l'exercice 3

$5,2 = \frac{52}{10}$ $\quad$ $9,07 = \frac{907}{100} = \frac{907}{10^2}$ $\quad$ $-3,51 = \frac{-351}{100} = \frac{-351}{10^2}$ $\quad$ $2,667 = \frac{2667}{1000} = \frac{2667}{10^3}$

Exercice 4 :

Donner sans justification un exemple :

a. d'un nombre entier qui n'est pas naturel ;

b. d'un nombre rationnel ;

c. d'un nombre irrationnel ;

d. d'un nombre rationnel qui n'est pas décimal ;

e. d'un nombre rationnel strictement compris entre $\frac{1}{2}$ et $\frac{6}{5}$.

Correction de l'exercice 4

a. -5 est un entier qui n'est pas naturel.

b. $-\dfrac{31}{9}$ est un nombre rationnel.

c. $\sqrt{7}$ est un nombre irrationnel.

d. $\dfrac{1}{3}$ est un rationnel qui n'est pas décimal.

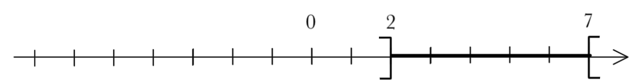
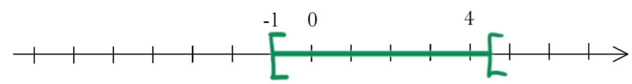
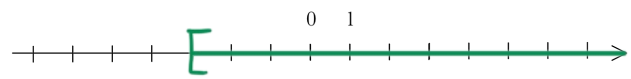
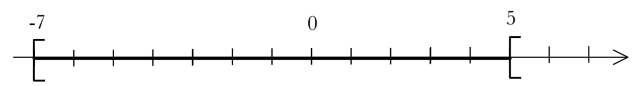
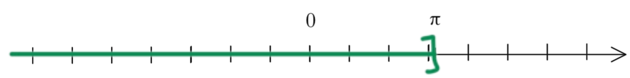
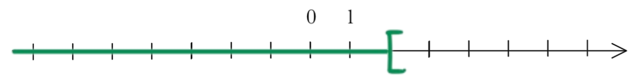
e. Il faut choisir un rationnel compris entre $1/2 = 0,5$ et $6/5 \geqslant 1$. On peut choisir $\dfrac{3}{4}$.

Exercice 5 :

Compléter par les symboles $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

$\frac{2}{3}$ ...$\notin$... $\mathbb{D}$	-4 ...$\in$... $\mathbb{Q}$	π ...$\notin$... $\mathbb{Q}$	3 ...$\in$... $\mathbb{Q}$
$\mathbb{Z}$ ...$\subset$... $\mathbb{R}$	$\frac{3}{4}$ ...$\in$... $\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$ ...$\not\subset$... $\mathbb{D}$	$\frac{2}{76}$ ...$\in$... $\mathbb{Q}$
$\frac{7}{8}$ ...$\in$... $\mathbb{Q}$	$\sqrt{2}$ ...$\notin$... $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$	$\{-2; 90; 108\}$ ...$\not\subset$... $\mathbb{N}$	

Exercice 6 : **Compléter le tableau suivant.**

Inégalité	Intervalle correspondant	Représentation graphique sur la droite numérique
$2 < x < 7$	$x \in]2; 7[$	
$-1 \leqslant x < 4,5$	$x \in \left[-1; 4,5\right[$	
$-3 \leqslant x$ / $x \geqslant -3$	$x \in \left[-3; +\infty\right[$	
$-7 \leqslant x \leqslant 5$	$x \in [-7; 5]$	
$\pi \geqslant x$ $x \leqslant \pi$	$x \in]-\infty; \pi]$	
$x < 2$ $2 > x$	$x \in]-\infty; 2[$	

Exercice 7 :

Pour chacun des intervalles ci-dessous, citer **quatre réels** qui appartiennent à cet intervalle.

a. $[1; 3]$ **b.** $]-3; -1]$ **c.** $[0,8; 11]$

Correction de l'exercice 7

a. $1 \mid 1,5 \mid 2 \mid 2,9$ **b.** $-2,99 \mid -2 \mid -1,5 \mid -1,1$ **c.** $0,8 \mid 3 \mid 5 \mid 11$

Exercice 8 :

Écrire les intervalles suivants à l'aide d'inégalité. Exemple : Pour $x \in \left]1;2\right]$ on a $1 < x \leqslant 2$.
Attention aux variables !

a. $x \in \left[-9;2\right]$
b. $x \in \left]0;1\right[$
c. $t \in \left]2;6\right]$
d. $x \in \left]-\infty;5\right[$
e. $x \in \left[-3;+\infty\right[$
f. $y \in \left[1;10\right[$

Correction de l'exercice 8

a. $-9 \leqslant x \leqslant 2$
b. $0 < x < 1$
c. $2 < t \leqslant 6$
d. $x < 5$
e. $x \geqslant -3$
f. $1 \leqslant y < 10$

Exercice 9 :

Écrire les inégalités suivantes à l'aide d'intervalles. Exemple : Pour $2 \leqslant x \leqslant 4$ on a $x \in \left[2;4\right]$.

a. $-3 < x \leqslant 5$
b. $10 > x$
c. $t \geqslant -2$
d. $-1 \leqslant x < 1$
e. $0 < x$
f. $3 \geqslant y \geqslant 1$

Correction de l'exercice 9

a. $x \in \left]-3;5\right]$
b. $x \in \left]-\infty;10\right[$
c. $t \in \left[-2;+\infty\right[$
d. $x \in \left[-1;1\right[$
e. $x \in \left]0;+\infty\right[$
f. $y \in \left[1;3\right]$

Exercice 10 :

Compléter par les symboles $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

2 .... $\left[2;5\right[$
-3 .... $\left[-1;8\right[$
$\left]1;2\right[$ .... $\left[0;+\infty\right[$

6 .... $\left[-9;6\right[$
$\left]1;7\right]$ .... $\left[2;4\right[$
$\frac{2}{3}$ .... $\left]0,5;10\right]$

$\frac{5}{8}$ .... $\left[\frac{5}{9};\frac{5}{7}\right]$
$\left\{-2;1;23\right\}$ .... $\left]-2;23\right]$

Exercice 11 :

Donner les **unions** des intervalles suivants.

1) $A = \left[3;5\right]$ et $B = \left[4;6\right]$
2) $I = \left[-1;3\right]$ et $J = \left[-2;0\right]$
3) $P = \left]0,5;1\right]$ et $S = \left[1;12\right]$
4) $Q = \left]-\infty;3\right]$ et $T = \left[1;4\right[$
5) $O = \left[1;7\right]$ et $M = \left[-3;-2\right]$
6) $G = \left]3,2;+\infty\right[$ et $Z = \left[0;4\right[$

Correction de l'exercice 11

1) $A \cup B = \left[3;6\right]$
2) $I \cup J = \left[-2;3\right]$
3) $P \cup S = \left]0,5;12\right]$
4) $Q \cup T = \left]-\infty;4\right[$
5) $O \cup M = \left[-3;-2\right] \cup \left[1;7\right]$
6) $G \cup Z = \left[0;+\infty\right[$

Exercice 12 :

Donner les **intersections** des intervalles suivants.

1) $A = \left[1; 5\right[$ et $B = \left[3; 9\right]$

2) $I = \left[-3; -1\right]$ et $J = \left[-2; 0\right]$

3) $P = \left[1; 1,5\right]$ et $S = \left]-\infty; 5\right]$

4) $Q = \left]0,5; 2\right]$ et $T = \left[5; 6\right[$

5) $O = \left[3; 7\right]$ et $M = \left[2; 7\right[$

6) $G = \left]0; +\infty\right[$ et $Z = \left[-1; 9\right[$

Correction de l'exercice 12

1) $A \cap B = \left[3; 5\right[$

2) $I \cap J = \left[-2; -1\right]$

3) $P \cap S = \left[1; 1,5\right]$

4) $Q \cap T = \varnothing$

5) $O \cap M = \left[3; 7\right[$

6) $G \cap Z = \left]0; 9\right[$

Exercice 13 :

On considère les intervalles suivants.

$$A = \left[-3; 2\right[\qquad B = \left]-1; 5\right] \qquad I = \left[0,5; 3\right] \qquad J = \left]4; +\infty\right[$$

Pour chacun des ensembles ci-dessous, déterminer le résultat **sous forme d'intervalle(s)**. *Respecter les priorités indiquées par les parenthèses.*

1) $A \cap \left(B \cup I\right)$

2) $\left(A \cup B\right) \cap I$

3) $A \cap B \cap J$

4) $\left(A \cup I\right) \cap \left(B \cup J\right)$

5) $\left(A \cap I\right) \cup \left(B \cap J\right)$

6) $\left(A \cup J\right) \cap \left(B \cup I\right)$

Correction de l'exercice 13

1) $A \cap \left(B \cup I\right) = A \cap \left]-1; 5\right] = \left]-1; 2\right[$

2) $\left(A \cup B\right) \cap I = \left[-3; 5\right] \cap I = \left[0,5; 3\right]$

3) $A \cap B \cap J = \left]-1; 2\right[\cap J = \varnothing$

4) $\left(A \cup I\right) \cap \left(B \cup J\right) = \left[-3; 3\right] \cap \left]-1; +\infty\right[= \left]-1; 3\right]$

---

5) $\left(A \cap I\right) \cup \left(B \cap J\right) = \left[0,5; 2\right[\cup \left]4; 5\right]$

6) $\left(A \cup J\right) \cap \left(B \cup I\right) = \left(\left[-3; 2\right[\cup \left]4; +\infty\right[\right) \cap \left]-1; 5\right] = \left]-1; 2\right[\cup \left]4; 5\right]$ puis l'intersection se « développe »