

# Chapitre 3 : Ensembles de nombres

# I/ Les grands ensembles

## 1) Nombres entiers

### Définitions :

- L'ensemble des **entiers naturels** noté  $\mathbb{N}$ , est l'ensemble des entiers positifs ou nuls : **0**; **1**; **2**; **3**; **4**; ...
- L'ensemble des **entiers relatifs** noté  $\mathbb{Z}$ , est l'ensemble des entiers positifs et négatifs : ... **-3**; **-2**; **-1**; **0**; **1**; **2**; **3**; ...

## Définitions :

- L'ensemble des **entiers naturels** noté  $\mathbb{N}$ , est l'ensemble des entiers positifs ou nuls : **0**; **1**; **2**; **3**; **4**; ...
- L'ensemble des **entiers relatifs** noté  $\mathbb{Z}$ , est l'ensemble des entiers positifs et négatifs : ... **-3**; **-2**; **-1**; **0**; **1**; **2**; **3**; ...

s'écrit "à la main"  
 $\mathbb{N}$

s'écrit "à la main"  
 $\mathbb{Z}$

## Remarque :

Un entier naturel est aussi un entier relatif.

## Définitions :

- On dit qu'un nombre **appartient** à un ensemble, noté avec le symbole «  $\in$  ». Exs :  $3 \in \mathbb{N}$ ,  $-5 \in \mathbb{Z}$ .
- On dit qu'un ensemble est **inclus** dans un autre ensemble, noté avec le symbole «  $\subset$  ». Ex :  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ .



## Définitions :

On note  $\mathbb{N}^*$  l'ensemble  $\mathbb{N} \setminus \{0\}$ . Idem pour  $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ .  
se lit «  $\mathbb{N}$  privé de 0 »

## 2) Nombres décimaux et rationnels

### Définition :

Un **nombre décimal** est un nombre qui peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule.

L'ensemble des nombres décimaux est noté  $\mathbb{D}$ .

s'écrit "à la main"  
 $\mathbb{D}$

### Exemples :

- $0,56 \in \mathbb{D}$

- $\frac{3}{4} \in \mathbb{D}$  car  $\frac{3}{4} = 0,75$

- $-7 \in \mathbb{D}$

- $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$  car  $\frac{1}{3} = 0,333\dots$

### Propriété :

Un élément de  $\mathbb{D}$  peut toujours s'écrire sous la forme  $\frac{a}{10^n}$  avec  $a \in \mathbb{Z}$  et  $n \in \mathbb{N}$ .

### Exemple :

$$-3,1 = \frac{-31}{10}$$

$$1,26 = \frac{126}{100} = \frac{126}{10^2}$$

## Définition :

Un **nombre rationnel** est un nombre qui peut s'écrire sous forme de fraction :

$$\frac{p}{q} \quad \text{où } p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}^*$$

L'ensemble des rationnels est noté  $\mathbb{Q}$ .

s'écrit "à la main"

$\mathbb{Q}$

### Propriété :

Tous les décimaux sont rationnels, i.e.  $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$ .

### Exemple :

$$0,378 = \frac{378}{1000} \quad \text{ainsi } 0,378 \in \mathbb{Q}.$$

### 3) Nombres irrationnels et réels

#### Définition :

Un **nombre irrationnel** est un nombre qui n'est pas rationnel, i.e. qui ne peut pas s'écrire sous la forme d'une fraction.

#### Remarque :

Les décimales d'un nombre irrationnel sont en nombre **infini** et se suivent **sans logique**.

### Exemples :

✗  $\frac{1}{3} \approx 0,333\dots$  et  $\frac{25}{33} \approx 0,757575\dots$  ne sont pas irrationnels.

✓  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ , et  $\pi$  sont irrationnels.

### Culture mathématique

On soupçonne  $\pi$  d'être un nombre **univers** !

### Définition :

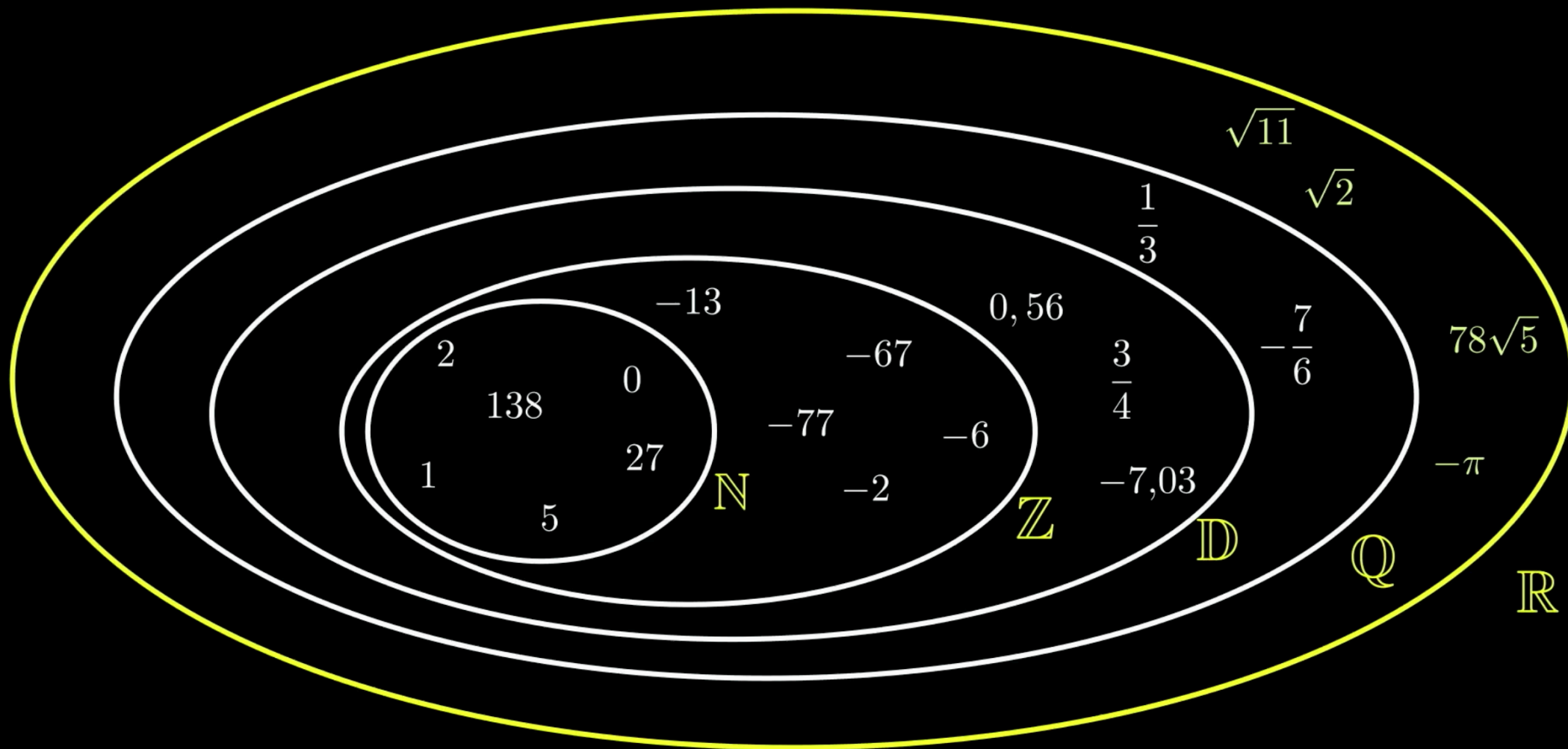
Un **nombre réel** est un nombre rationnel ou irrationnel.  
L'ensemble des réels est noté  $\mathbb{R}$ .

### Propriété :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$



$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$



# II/ Les intervalles

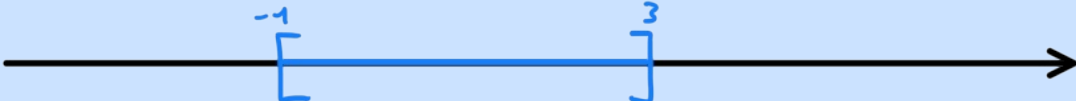

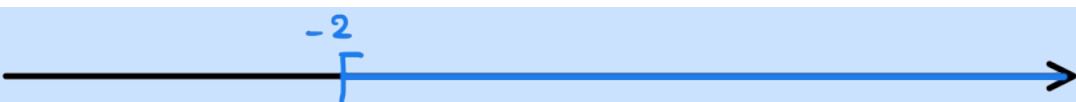
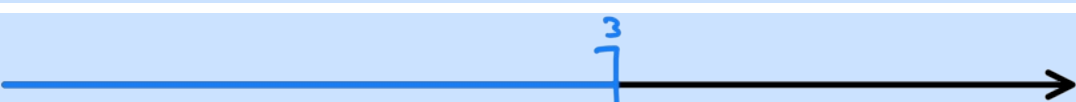
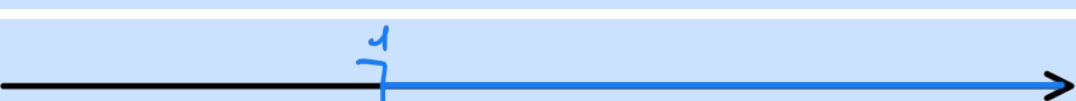
## 1) Définition

**Remarque :**

$\leq$  se lit inférieur ou égal et  $<$  se lit strictement inférieur.

**Définition :**

Un **intervalle** est une partie de  $\mathbb{R}$  « d'un seul tenant », noté à l'aide de  $[$  et  $]$  qui sont **ouverts** ou **fermés**.

Intervalle	Inégalité	Droite numérique
$x \in [-1; 3]$	$-1 \leq x \leq 3$	
$x \in ]0; 4[$	$0 < x < 4$	
$x \in [-2; +\infty[$	$x \geq -2$	
$x \in ]-\infty; 3]$	$x \leq 3$	
$x \in ]1; +\infty[$	$x > 1$	



On ne ferme **jamais**  
sur l'infini !

~~$[a; +\infty]$~~



## 2) Unions et intersections d'intervalles

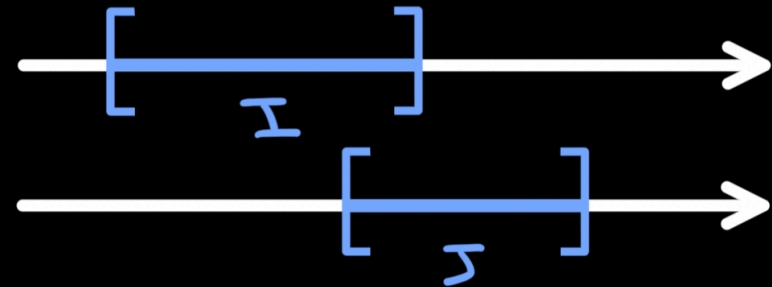
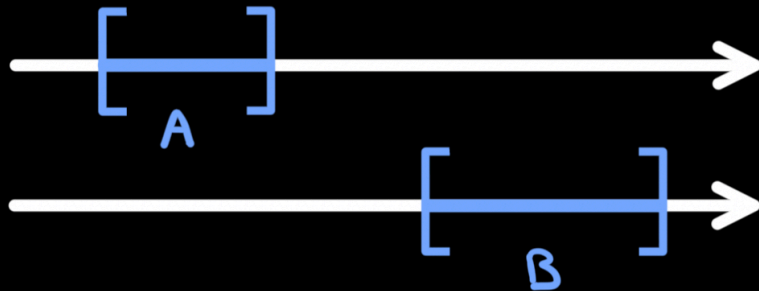
Soit  $A$  et  $B$  deux intervalles.

### Définition :

Leur **union** notée  $A \cup B$  est l'ensemble des réels qui appartiennent à  $A$  ou à  $B$ .

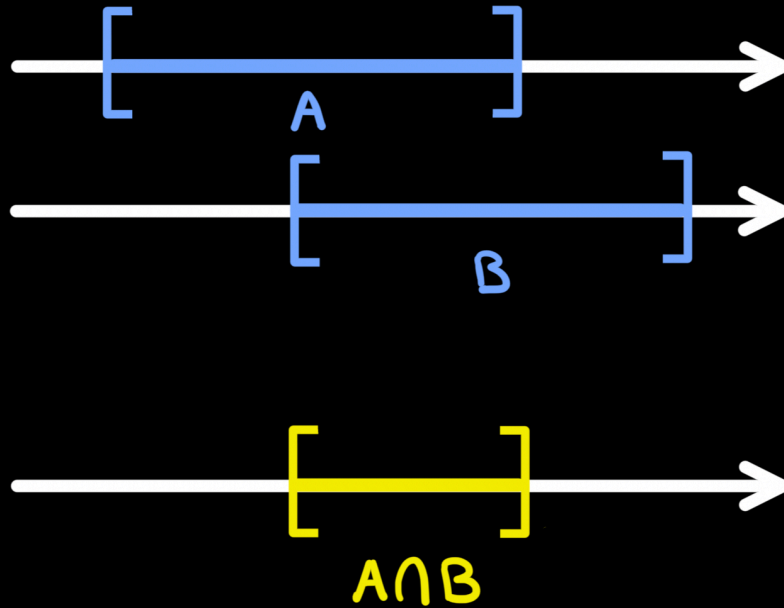
## Définition :

Leur **union** notée  $A \cup B$  est l'ensemble des réels qui appartiennent à  $A$  ou à  $B$ .



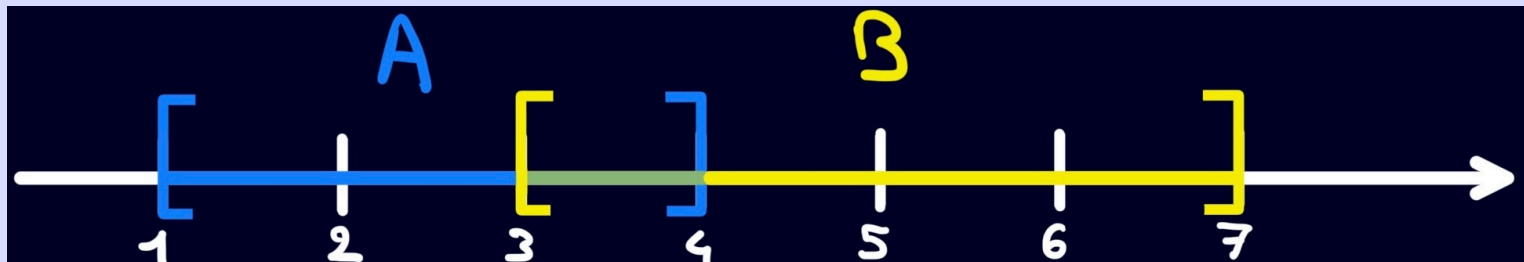
## Définition :

Leur **intersection** notée  $A \cap B$  est l'ensemble des réels qui appartiennent à la fois à  $A$  et à  $B$ .



**Exemple :**

$$A = [1; 4] \text{ et } B = [3; 7]$$



$$A \cup B = [1; 7]$$

$$A \cap B = [3; 4]$$



### 3) L'ensemble vide

#### Définition :

L'**ensemble vide** est l'ensemble qui ne contient aucun élément. On le note  $\emptyset$ .

#### Exemple :

$A = [1; 3]$  et  $B = [8; 10]$ . Dans ce cas  $A \cap B = \emptyset$