Automatismes n° 2 – Correction

Préparation au baccalauréat

Question 1 :

Donner la forme factorisée de l'expression $36x^2 - 81$.

a. $(6x-9)^2$ **b.** $3(2x-3)^2$ **c.** $(6x)^2 - 9^2$ **d.** $(6x-9)(6x+9)$

Réponse $\boxed{\text{d}}$

$$36x^2 - 81 = (6x)^2 - 9^2$$
$$= (6x-9)(6x+9)$$

Rappel :
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

Question 2 :

On considère deux points du plan $A\big(-2;7\big)$ et $B\big(6;3\big)$. Déterminer le coefficient directeur de la droite $\big(AB\big)$.

a. $-\dfrac{1}{2}$ **b.** -1 **c.** -2 **d.** -6

Réponse $\boxed{\text{a}}$ Notons m le coefficient directeur de $\big(AB\big)$, ainsi :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-7}{6-(-2)} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$

Question 3 :

Un prix a été multiplié par $0,35$. Quelle est l'interprétation correcte de cette évolution ?

a. Une baisse de 35 % **b.** Une hausse de 35 % **c.** Une baisse de 75 % **d.** Aucune des réponses

Réponse $\boxed{\text{c}}$

$$0{,}35 = 1 - 0{,}65$$
$$= 1 - 65\,\%$$

Rappel : Multiplier par $(1-t)$ correspond à une baisse de $t\,\%$

Question 4 :

Le prix d'un produit est noté P. Ce prix baisse de 5% puis augmente de 10%. Quel est le taux d'évolution global de ces modifications de prix ?

a. $+\,4,5\%$ **b.** $+\,5,5\%$ **c.** $+\,9,5\%$ **d.** $+\,9,55\%$

Réponse $\boxed{\text{a}}$ Le coefficient multiplicateur global est :

$$0{,}95 \times 1{,}10 = \frac{95}{100} \times \frac{110}{100} = \frac{95 \times (100+10)}{10\,000} = \frac{10\,450}{10\,000} = 1{,}045$$

Donc le taux d'évolution global est $1{,}045 - 1 = +4{,}5\,\%$.

Question 5 :

Un prix augmente de 25% puis subit une baisse permettant de revenir à son prix initial. Quel est le taux d'évolution de cette baisse ?

Ici, on vous demande sans le dire, de déterminer le **taux d'évolution réciproque**.

a. $-$ 8% **b.** $-$ 20% **c.** $-$ 25% **d.** $-$ 80%

Réponse $\boxed{\text{b}}$ Le coefficient multiplicateur de la hausse est $1{,}25 = \dfrac{5}{4}$. Le coefficient réciproque est :

$$\frac{1}{1{,}25} = \frac{1}{5/4} = \frac{4}{5} = 0{,}8 = 1 - 0{,}2$$

Donc la baisse est de **20** %.

Rappel : le taux réciproque de $t\,\%$ est obtenu via le coefficient $\dfrac{1}{1+\dfrac{t}{100}}$. Une hausse de 25 % ne se compense donc **pas** par une baisse de 25 %.

Question 6 :

Déterminer l'ensemble de solution $\mathcal{S}$ de l'équation $(8x-4)(3x+7) = 0$.

a. $\mathcal{S} = \left\{2\,;\, -\dfrac{7}{3}\right\}$ **b.** $\mathcal{S} = \left\{\dfrac{1}{2}\,;\, -\dfrac{3}{7}\right\}$ **c.** $\mathcal{S} = \left\{-\dfrac{1}{2}\,;\, \dfrac{7}{3}\right\}$ **d.** $\mathcal{S} = \left\{\dfrac{1}{2}\,;\, -\dfrac{7}{3}\right\}$

Réponse $\boxed{\text{d}}$ Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul :

$$8x - 4 = 0 \iff 8x = 4 \iff x = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$3x + 7 = 0 \iff 3x = -7 \iff x = -\frac{7}{3}$$

Donc $\mathcal{S} = \left\{\dfrac{1}{2}\,;\, -\dfrac{7}{3}\right\}$.

Question 7 :

Déterminer l'ensemble de solution $\mathcal{S}$ de l'équation $x^2 = 25$.

a. $\mathcal{S} = \{-5\,;\,5\}$ **b.** $\mathcal{S} = \{5\}$ **c.** $\mathcal{S} = \{-5\}$ **d.** $\mathcal{S} = \{2\,;\,5\}$

Réponse $\boxed{\text{a}}$

$$\begin{aligned} x^2 = 25 &\iff x^2 - 25 = 0 \\ &\iff x^2 - 5^2 = 0 \\ &\iff (x-5)(x+5) = 0 \end{aligned}$$

Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul :

$$x - 5 = 0 \iff x = 5 \qquad \text{ou} \qquad x + 5 = 0 \iff x = -5$$

Donc $\mathcal{S} = \left\{ -5\ ;\ 5 \right\}$.

Question 8 :

Une urne opaque contient 6 boules rouges, 3 boules noires et 1 boule verte. On tire au hasard une boule dans l'urne. La probabilité de tirer chaque boule est identique.

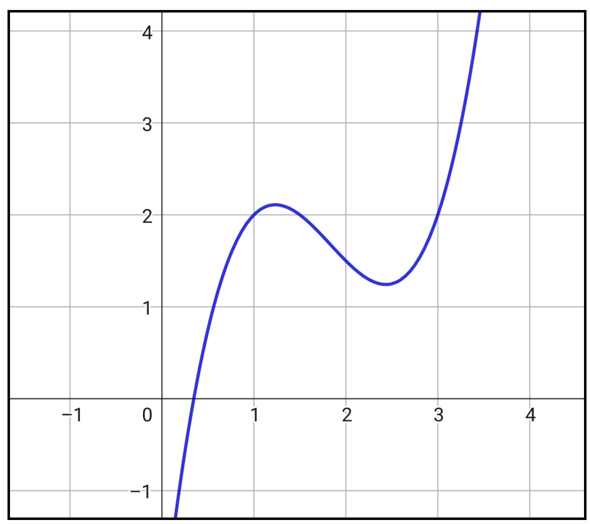
On note N l'événement « tirer une boule noire ». Déterminer sa probabilité $P(N)$.

a. $P(N) = \dfrac{1}{3}$ **b.** $a = 0,7$ **c.** $P(N) = 0,3$ **d.** $P(N) = 0,5$

Réponse $\boxed{\text{c}}$ L'urne contient $6 + 3 + 1 = 10$ boules au total, dont 3 noires, donc :

$$P(N) = \frac{\text{nombre de boules noires}}{\text{nombre total de boules}} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

Question 9 :



On a tracé ci-contre la courbe représentative d'une fonction f. Sélectionner l'affirmation vraie.

a. Le nombre 2 a exactement 2 antécédents par f.

b. L'image de 2 par f est 1.

c. Le nombre 2 a exactement 3 antécédents par f.

d. Le nombre 2 a exactement 3 images par f.

Réponse $\boxed{\text{c}}$ Par lecture graphique on a :

$$f(1) = 2 \qquad f(1,5) \approx 2 \qquad f(3) = 2$$

Question 10 :

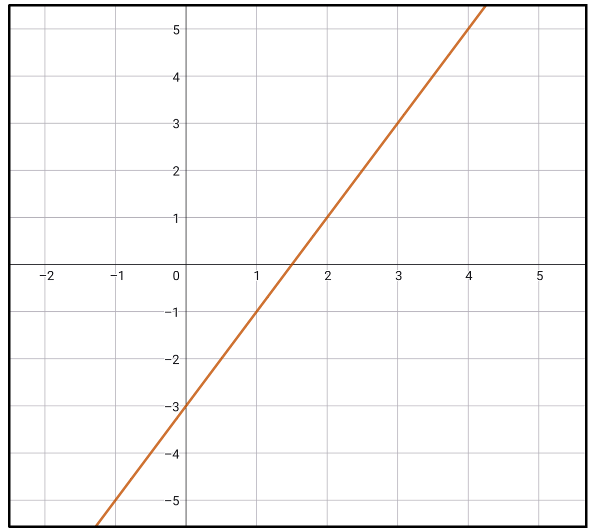
On a représenté ci-contre une droite d dans un repère orthogonal. Une équation de d est :

a. $y = -3x + 1$

b. $y = 2x - 3$

c. $y = -2x + 3$

d. $y = \dfrac{1}{2}x - 3$



Réponse $\boxed{\text{b}}$

On lit graphiquement deux informations sur la droite d d'équation $y = mx + p$:

- L'ordonnée à l'origine est -3, donc $p = -3$.
- En passant du point $(0\,;-3)$ au point $(1\,;-1)$, on monte de 2 pour 1 pas vers la droite, donc $m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{2}{1} = 2$.

On obtient donc l'équation $y = 2x - 3$.

Rappel : m est coefficient directeur de d et p est son ordonnée à l'origine.

Question 11 :

Soit f une fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = 6x^2 - 5$. Sélectionner le point qui est sur la courbe représentative de f.

a. $A(1;7)$ **b.** $B(2;18)$ **c.** $C(-2;-29)$ **d.** $D(-2;19)$

Réponse $\boxed{\text{d}}$ Un point est sur la courbe de f si et seulement si son ordonnée est égale à l'image de son abscisse. On teste chaque proposition :

- $f(1) = 6 \times 1^2 - 5 = 6 - 5 = 1 \neq 7$ donc $A \notin \mathcal{C}_f$
- $f(2) = 6 \times 2^2 - 5 = 24 - 5 = 19 \neq 18$ donc $B \notin \mathcal{C}_f$
- $f(-2) = 6 \times (-2)^2 - 5 = 24 - 5 = 19 \neq -29$ donc $C \notin \mathcal{C}_f$
- $f(-2) = 19 =$ ordonnée de D donc $D \in \mathcal{C}_f$

Question 12 :

Voici une série de notes avec leurs coefficients associés.

Note	4	10	13
Coefficient	3	1	2

Déterminer la moyenne m de ces notes.

a. $m = 8$ **b.** $m = 9$ **c.** $m = 10$ **d.** $m = 11$

Réponse $\boxed{\text{a}}$ On applique la formule de la moyenne pondérée :

$$m = \frac{4 \times 3 + 10 \times 1 + 13 \times 2}{3 + 1 + 2} = \frac{12 + 10 + 26}{6} = \frac{48}{6} = 8$$