Baccalauréat blanc – Correction
Épreuve anticipée de mathématiques

Lundi 13 avril 2026

Voie générale : candidat·e·s suivant l'enseignement de spécialité de mathématiques

Durée : **2 heures** | Tiers-temps : 2 heures 40

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

Première partie : Automatismes – QCM (6 points)

Consignes : Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

Question 1 :

Donner la forme factorisée de l'expression $9x^2 - 30x + 25$.

a. $(3x-5)^2$ **b.** $(3x-5)(3x+5)$ **c.** $(3x+1)(x-5)$ **d.** $(3x+5)^{-2}$

Réponse $\boxed{\text{a}}$ On reconnaît une identité remarquable du type $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$.

$$9x^2 - 30x + 25 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2 = (3x-5)^2$$

Question 2 :

On considère la droite d passant par les points $A(-5;4)$ et $B(-3;2)$. Déterminer le coefficient directeur m de la droite d.

a. $m = -\dfrac{1}{4}$ **b.** $m = \dfrac{3}{4}$ **c.** $m = -1$ **d.** $m = -2$

Réponse $\boxed{\text{c}}$ Le coefficient directeur de la droite passant par $A(-5\,;4)$ et $B(-3\,;2)$ est :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-4}{-3-(-5)} = \frac{-2}{2} = -1$$

Question 3 :

Un prix a été multiplié par $0,8$. Quelle est l'interprétation correcte de cette évolution ?

a. Une baisse de 80% **b.** Une hausse de 80% **c.** Une baisse de 20% **d.** Une baisse de $1,20$%

Réponse $\boxed{\text{c}}$

Un coefficient multiplicateur de 0,8 signifie que le prix est multiplié par $1-0{,}2$ ce qui correspond à une **baisse de** 20 %.

Question 4 :

Le prix d'un produit est noté P. Ce prix baisse de 10% puis augmente de 20%. Quel est le taux d'évolution global de ces modifications de prix ?

a. $-$ 2% **b.** + 3,2% **c.** + 8% **d.** + 10%

Réponse $\boxed{\text{c}}$ Le coefficient multiplicateur global est :

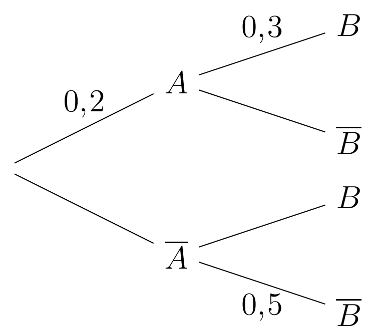
$$0{,}9 \times 1{,}2 = \frac{9}{10} \times \frac{12}{10} = \frac{108}{100} = 1{,}08$$

Donc le taux d'évolution global est de $+8\,\%$ puisque $1{,}08 = 1 + 0{,}08$.

Question 5 :

On considère l'arbre de probabilités ci-contre.

Déterminer la probabilité de l'événement B.



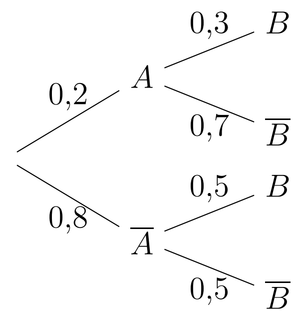
a. $P(B) = 0{,}8$ **c.** $P(B) = 1$

b. $P(B) = 0{,}46$ **d.** $P(B) = 0{,}54$

Réponse $\boxed{\text{b}}$

Puisque A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers, on a par la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) \\ &= P(A) \times P_A(B) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B) \\ &= 0{,}2 \times 0{,}3 + 0{,}8 \times 0{,}5 \\ &= 0{,}06 + 0{,}40 = 0{,}46 \end{aligned}$$



Question 6 :

Soit f une fonction définie pour $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 1$. Parmi les points suivants, lequel est sur la courbe représentative de f ?

a. $A\big(-1;-2\big)$ **b.** $B\big(-2;13\big)$ **c.** $C\big(-1;2\big)$ **d.** $D\big(3;19\big)$

Réponse $\boxed{\text{b}}$ $f(-2) = 3 \times (-2)^2 + 1 = 12 + 1 = 13$ donc $B(-2\,;13)$ est sur la courbe de f.

Question 7 :

Soit $x \in \mathbb{R}^*$. On considère la quantité $K = \dfrac{3}{2x} - 8x + 1$.

a. $K = \dfrac{3 - 14x}{2x}$ **b.** $K = \dfrac{-16x^2 - 2x + 3}{2x}$ **c.** $K = \dfrac{3 - 18x}{2x}$ **d.** $K = \dfrac{-16x^2 + 2x + 3}{2x}$

Réponse $\boxed{\text{d}}$ On met tout sur le dénominateur commun $2x$:

$$K = \frac{3}{2x} - \frac{8x \times 2x}{2x} + \frac{1 \times 2x}{2x} = \frac{3 - 16x^2 + 2x}{2x} = \frac{-16x^2 + 2x + 3}{2x}$$

Question 8 :

On considère la quantité $H = \dfrac{\pi}{3} + \dfrac{\sqrt{2}}{45}$.

a. $H = \dfrac{45\pi + 42\sqrt{2}}{45}$ **b.** $H = \dfrac{45\pi + \sqrt{2}}{45}$ **c.** $H = \dfrac{15\pi + 3\sqrt{2}}{45}$ **d.** $H = \dfrac{15\pi + \sqrt{2}}{45}$

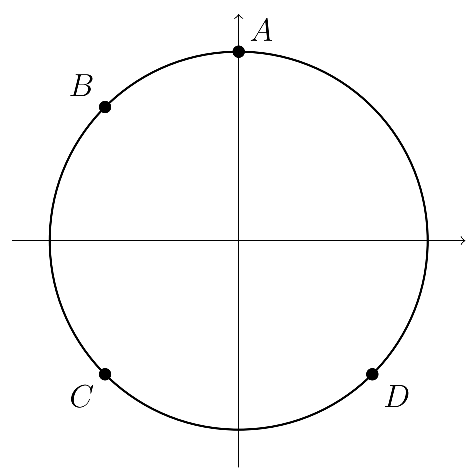
Réponse $\boxed{\text{c}}$ On met sur le dénominateur commun 45 en remarquant que $3 \times 15 = 45$:

$$H = \frac{\pi \times 15}{45} + \frac{\sqrt{2}}{45} = \frac{15\pi}{45} + \frac{\sqrt{2}}{45} = \frac{15\pi + 3\sqrt{2}}{45}$$

Question 9 :

On a tracé ci-contre le cercle trigonométrique, ainsi que les points du cercle A, B, C et D.

Déterminer le point image du réel $-\dfrac{3\pi}{4}$.



a. Le point A **c.** Le point C

b. Le point B **d.** Le point D

Réponse $\boxed{\text{c}}$ C'est le point C parce que c'est comme ça.

Question 10 :

Sélectionner l'ensemble de solution $\mathcal{S}$ de l'équation $(4-2x)(x-9)=0$.

a. $\mathcal{S}=\{2\}$ **b.** $\mathcal{S}=\{9\}$ **c.** $\mathcal{S}=\{-2;3\}$ **d.** $\mathcal{S}=\{2;9\}$

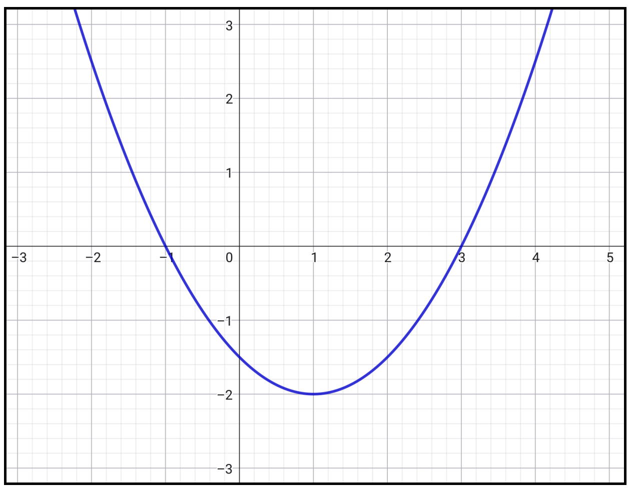
Réponse $\boxed{\text{d}}$ Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul :

$$4-2x=0 \iff x=2 \qquad \text{ou} \qquad x-9=0 \iff x=9$$

Donc $\mathcal{S}=\{2\,;9\}$.

Question 11 :

On a tracé ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f polynômiale de degré deux.



Sélectionner l'ensemble $\mathcal{R}$ des racines de f.

a. $\mathcal{R}=\{1;-2\}$ **b.** $\mathcal{R}=\{-1;2\}$ **c.** $\mathcal{R}=\{-1;3\}$ **d.** $\mathcal{R}=\{1;-3\}$

Réponse $\boxed{\text{c}}$

Les racines de f sont les abscisses des points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses. On lit graphiquement que la courbe coupe cet axe en $x=-1$ et $x=3$, donc $\mathcal{R}=\{-1\,;3\}$.

Question 12 :

Le double de l'inverse du triple de 5 est égal à :

a. $\dfrac{2}{15}$ **b.** $\dfrac{6}{15}$ **c.** -30 **d.** $\dfrac{1}{30}$

Réponse $\boxed{\text{a}}$ Le triple de 5 est 15, son inverse est $^1/_{15}$, et le double vaut $^2/_{15}$.

Deuxième partie : Exercices (14 points)

Exercice 1 :

Les résultats obtenus en première partie pourront être utilisés dans la deuxième partie.

Première partie : Étude d'un polynôme

Soit P la fonction polynomiale du second degré définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :

$$P(x) = 0{,}5x^2 + 4x - 4{,}5$$

1) Dire si la fonction P admet un minimum ou bien un maximum.

Le coefficient dominant de P est $a = 0{,}5 > 0$ donc la parabole est tournée vers le haut : la fonction P admet un **minimum**.

2) **a.** La fonction P s'annule-t-elle ? Si oui donner ses racines.

On calcule le discriminant : $\Delta = 4^2 - 4 \times 0{,}5 \times (-4{,}5) = 16 + 9 = 25$.

Comme $\Delta = 25 > 0$, la fonction P admet deux racines x_1 et x_2 :

$$x_1 = \frac{-4 - \sqrt{25}}{2 \times 0{,}5} = \frac{-4 - 5}{1} = -9 \qquad x_2 = \frac{-4 + \sqrt{25}}{2 \times 0{,}5} = \frac{-4 + 5}{1} = 1$$

b. Donner la forme factorisée de P.

On utilise les racines trouvées précédemment :

$$P(x) = 0{,}5(x + 9)(x - 1)$$

Rappel : La forme factorisée de P est $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ où a est le coefficient dominant.

3) Dresser le tableau de signes de P.

La parabole est tournée vers le haut ($a = 0{,}5 > 0$) et les racines sont $x_1 = -9$ et $x_2 = 1$, donc P est négative entre les racines et positive à l'extérieur :

x	$-\infty$		-9		1		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Deuxième partie : Étude de la fonction f

On considère la fonction f dont l'expression algébrique est :

$$f(x) = \frac{0{,}5x^2 + x + 8{,}5}{x + 4}$$

4) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction f.

La fonction f est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ sauf lorsque le dénominateur s'annule, c'est-à-dire pour $x = -4$. Donc :

$$\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$$

5) Montrer que pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, $\quad f'(x) = \dfrac{P(x)}{(x+4)^2}$.

On dérive f en utilisant la formule $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$ avec $u(x) = 0{,}5x^2 + x + 8{,}5$ et $v(x) = x + 4$. On a alors $u'(x) = x + 1$ et $v'(x) = 1$.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(x+1)(x+4) - (0{,}5x^2 + x + 8{,}5) \times 1}{(x+4)^2} \\ &= \frac{x^2 + 4x + x + 4 - 0{,}5x^2 - x - 8,5}{(x+4)^2} \\ &= \frac{x^2 + 4x - 4{,}5}{(x+4)^2} \\ &= \frac{P(x)}{(x+4)^2} \end{aligned}$$

6) **a.** Dresser le tableau de signes de f'.

On étudie le signe de $f'(x) = \dfrac{P(x)}{(x+4)^2}$.

Le dénominateur $(x+4)^2$ est **toujours positif** sur $\mathcal{D}_f$, donc le signe de f' est le même que celui de $P(x) = 0{,}5(x+9)(x-1)$, dont on connaît le tableau de signes (partie 1). On ajoute simplement la valeur interdite $x = -4$ à l'aide d'une **double barre** :

x	$-\infty$		-9		-4		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

b. En déduire le tableau de variations de la fonction f.

On déduit le tableau de variations de f à partir du signe de f' :

x	$-\infty$		-9		-4		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
f		$\nearrow$	$f(-9)$	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$	$f(1)$	$\nearrow$	

7) **a.** Déterminer les extremums locaux de f.

On calcule les valeurs de f en $x = -9$ et $x = 1$:

$$f(-9) = -8 \qquad\qquad f(1) = 2$$

f admet -8 comme **maximum local** en $x = -9$ et admet 2 comme **minimum local** en $x = 1$.

b. À l'aide de la question précédente, dire si l'équation $f(x) = 0$ admet une solution.

D'après la question précédente on a :

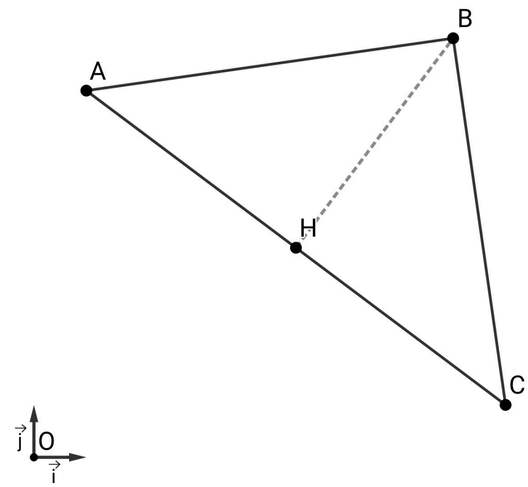
- pour tout $x \in \left]-\infty; -4\right[$, $\quad f(x) \leqslant -8$
- pour tout $x \in \left]-4; +\infty\right[$, $\quad f(x) \geqslant 2$

Par conséquent l'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution.

Exercice 2 :

On se place dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

On considère le triangle ABC et un point H appartenant au segment $\left[AC\right]$. La situation a été représentée par le schéma ci-dessous.



On a les coordonnées des points suivants :

- $A(1;7)$
- $B(8;8)$
- $H(5;4)$

De plus, $AC = 10$.

1) **a.** Montrer que H est le projeté orthogonal de B sur (AC).

Il suffit de montrer que $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BH}$. On calcule alors les coordonnées des vecteurs :

$$\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}5-1\\4-7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{BH}\begin{pmatrix}5-8\\4-8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\-4\end{pmatrix}$$

Puis on calcule le produit scalaire entre $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{BH}$.

$$\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BH} = 4 \times (-3) + (-3) \times (-4) = -12 + 12 = 0$$

Donc $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BH}$, ce qui signifie que H est bien le projeté orthogonal de B sur (AC).

b. Montrer que $AH = 5$.

On calcule AH :

$$AH = \left\|\overrightarrow{AH}\right\| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

c. En déduire le produit scalaire $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$.

Puisque H est le projeté orthogonal de B sur (AC), on dispose de la formule :

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AH} = AC \times AH = 10 \times 5 = 50$$

Rappel : $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AH} = AC \times AH$ car $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont colinéaires de même sens.

2) a. Montrer que $AB = 5\sqrt{2}$.

$$AB = \left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \sqrt{(8-1)^2 + (8-7)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

b. Montrer que $\cos\left(\widehat{BAC}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

On utilise la formule du produit scalaire faisant intervenir le cosinus de $\widehat{BAC}$.

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = AC \times AB \times \cos\left(\widehat{BAC}\right)$$

On a obtenu précédemment $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 50$, $AC = 10$ et $AB = 5\sqrt{2}$, donc :

$$\cos\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}}{AC \times AB} = \frac{50}{10 \times 5\sqrt{2}} = \frac{50}{50\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

c. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ en radians.

On sait que $\cos\left(\widehat{BAC}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et que $\widehat{BAC} \in \left[0; \pi\right]$, donc : $\qquad \widehat{BAC} = \dfrac{\pi}{4}$ rad

3) a. A l'aide de la formule d'Al-Kashi, montrer que $BC = 5\sqrt{2}$.

La formule d'Al-Kashi donne :

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= \left(5\sqrt{2}\right)^2 + 10^2 - 2 \times 50 \\ &= 25 \times 2 + 100 - 100 = 50 \end{aligned}$$

$$\Longrightarrow \quad BC = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

b. Que peut-on en conclure sur le triangle ABC ?

On a $AB = BC = 5\sqrt{2}$, donc le triangle ABC est isocèle en B.