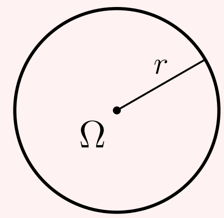
Chapitre 10 : Configurations géométriques

I/ Cercle dans un repère

Définition :

On appelle **cercle** de centre Ω et de rayon $r > 0$ l'ensemble des points M du plan qui sont à la distance r du centre Ω. On le note souvent $\boldsymbol{\mathcal{C}(\Omega\ ;\ r)}$.



Théorème : On considère le cercle de centre $\Omega(a;b)$ et de rayon r. Une équation de ce cercle est :

$$\boldsymbol{(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2}$$

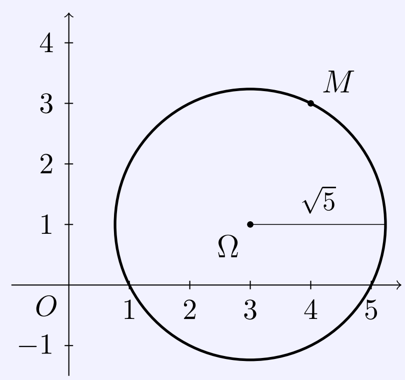
Exemple :

On considère le cercle de centre $\Omega(3;1)$ et de rayon $r = \sqrt{5}$. Une équation du cercle $\mathcal{C}(\Omega\ ;\ \sqrt{5})$ est donc :

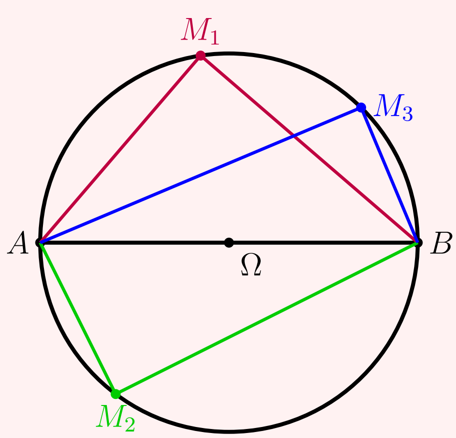
$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$$

Les coordonnées de $M(4;3)$ vérifient cette équation :

$$(4-3)^2 + (3-1)^2 = 1^2 + 2^2 = 5 \implies M \in \mathcal{C}(\Omega\ ;\ \sqrt{5})$$



Propriété : Soit A et B deux points du plan. L'ensemble des points M tels que $\boldsymbol{\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB} = 0}$ est le cercle de diamètre $[AB]$ (et donc de rayon $^1/_2\,AB$).



Autrement dit, pour tout point M distinct de A et B, le triangle ABM est **rectangle en $\boldsymbol{M}$**.

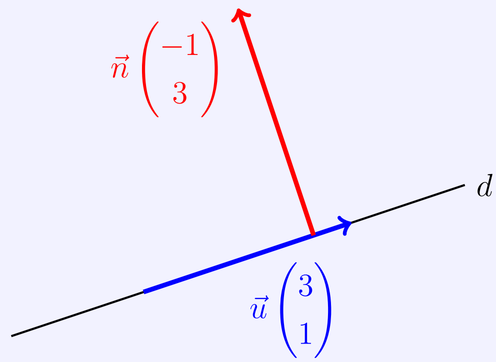
II/ Droite et vecteur normal

Rappel : Toute droite du plan admet une **équation cartésienne** de la forme suivante :

$$ax + by + c = 0 \qquad \text{(avec } a,\ b,\ c \in \mathbb{R}\text{)}$$

Définition : On appelle **vecteur normal** d'une droite d tout vecteur non nul qui est orthogonal à un vecteur directeur de d.

Exemple :



La droite d a pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$.

Vérifions que $\vec{n}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de d :

$$\vec{u}\cdot\vec{n} = 3\times(-1) + 1\times 3 = 0$$

Propriété :

✰ La droite d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$ admet $\boldsymbol{\vec{n}}\begin{pmatrix}\boldsymbol{a}\\\boldsymbol{b}\end{pmatrix}$ pour vecteur normal.

✰ Réciproquement, si $\boldsymbol{\vec{n}}\begin{pmatrix}\boldsymbol{a}\\\boldsymbol{b}\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de d, alors il existe $c \in \mathbb{R}$ tel que $ax + by + c = 0$ soit une équation cartésienne de d.