Chapitre 9 – Exercices

Variable aléatoire réelle

Exercice 1 :

On lance simultanément deux dés équilibrés cubiques. Pour chacune des questions suivantes, déterminer la loi de probabilité.

1) X est la variable aléatoire qui associe à chaque lancer la somme des deux nombres obtenus.

2) Y est la variable aléatoire qui associe à chaque lancer la valeur absolue de la différence entre les deux nombres obtenus.

Rappel : Pour $x \in \mathbb{R}$, la **valeur absolue** de x, notée $|\boldsymbol{x}|$, est définie par $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geqslant 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

Exemples : $|3| = 3$ $\quad |-7| = 7 \quad |2-6| = |-4| = 4$

Exercice 2 :

Une entreprise fabrique une machine constituée de deux composants électroniques A et B qui fonctionnent de façon indépendante.

L'élément A est défaillant avec une probabilité $p_A = 0{,}2$. L'élément B est défaillant avec une probabilité $p_B = 0{,}1$. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre d'éléments défaillants.

1) Déterminer la loi de probabilité de X.

2) Calculer $P(X \geqslant 1)$ et $P(X < 1)$.

3) Calculer l'espérance de X.

*Implicite : il est **impératif** de faire une phrase avec le nombre $E(X)$.*

Exercice 3 :

Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée ci-contre.

Consigne : Déterminer l'espérance de X.

$\boldsymbol{x_i}$	-4	1	3	7	12
$\boldsymbol{P(X = x_i)}$	0,15	0,4	0,3	0,05	0,1

Exercice 4 :

Soit Y une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée ci-contre.

$\boldsymbol{y_i}$	-2	a	3
$\boldsymbol{P(Y = y_i)}$	$2/7$	$4/9$	p

1) Déterminer p.

2) On suppose que $E(Y) = 2$. Déterminer la valeur de a.

Exercice 5 :

Pour se rendre au travail, Solène prend un bus. Le trajet comporte quatre arrêts, qui ne sont pas forcément tous marqués par le bus.

On note X la variable aléatoire (v.a.) qui compte le nombre de fois où le bus s'est effectivement arrêté. Une étude statistique a permis d'établir la loi de probabilité de X.

$\boldsymbol{x_i}$	0	1	2	3	4
$\boldsymbol{P(X = x_i)}$	0,05	0,15	0,3	0,35	0,15

1) Calculer $E(X)$ et interpréter le résultat.

2) On propose de calculer de deux façons différentes l'écart-type $\sigma(X)$.

a. Calculer $V(X)$ en utilisant la formule $V(X) = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} p_i \Big(x_i - E(X)\Big)^2$, puis en déduire $\sigma(X)$.

b. Calculer $V(X)$ en utilisant la propriété $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$, puis en déduire $\sigma(X)$.

On pourra utiliser le tableau ci-dessous qui dresse la loi de probabilité de la v.a. X^2

Valeurs prises par $\boldsymbol{X^2}$					
Probabilités					

3) Le trajet direct du bus dure 20 minutes, et chaque arrêt rallonge de 3 minutes la durée du voyage. Soit T la variable aléatoire qui donne la durée du trajet.

a. Quelle relation lie X et T ?

Indication : Exprimer la durée du trajet en fonction du nombre d'arrêts effectués par le bus.

b. En déduire, sur un très grand nombre de jours, le temps de trajet moyen mis par Solène pour se rendre au travail.

Exercice 6 :

Soit Y une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée ci-contre.

$\boldsymbol{y_i}$	-3	-1	2	4
$\boldsymbol{P(Y = y_i)}$	0,25	0,4	0,2	0,15

Consigne : Déterminer l'écart-type $\sigma(Y)$ et interpréter ce nombre.