Chapitre 8 – Exercices

Fonction exponentielle

Exercice 1 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes.

- $\exp(x) = -5$
- $\exp(x) = 1$
- $\exp(x) = 0$
- $\exp(x) < 1$

Exercice 2 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

- $\exp(7x+8) = \exp(3)$
- $\exp(3x+1) = \exp(-8x+2)$
- $\exp(x) = \exp(-x)$

Exercice 3 :

1) Écrire sous la forme e^a avec $a \in \mathbb{Z}$ le nombre $A = e^{10} \times e^{-3}$.

2) Écrire sous la forme e^a avec $a \in \mathbb{Z}$ le nombre $B = \dfrac{e^7 \times e^2}{e^5}$.

Exercice 4 :

Développer et simplifier les expressions suivantes.

1) $\left(1+e^x\right)^2$

2) $\left(e^{-x}+e^x\right)^2$

3) $\left(e^x - e^{-x}\right)^2 - \left(e^x + e^{-x}\right)^2$

4) $\left(e^{2x}+e^{-3x}\right)\left(e^{4x}+e^{-x}\right)$

Exercice 5 :

Démontrer que pour tout réel $x \in \mathbb{R}$ on a :

1) $\dfrac{e^x - e^{-x}}{e^{-x}} = e^{2x} - 1$

2) $\dfrac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}} = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$

3) $\dfrac{e^x}{1+e^x} = \dfrac{1}{e^{-x}+1}$

Exercice 6 :

1) **a.** Déterminer les racines (**sans utiliser $\boldsymbol{\Delta}$**) du polynôme $X^2 - 2X + 1$.

b. En posant $X = e^x$, en déduire les solutions de l'équation $e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$.

2) En utilisant la même méthode qu'en question **1** résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$.

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{2x} + 3e^x + 1 = 0$.

Exercice 7 :

1) Résoudre $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $e^x - 8xe^x = 0$.

2) Résoudre $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $5xe^x - e^{x+3} = 0$.

Exercice 8 :

Dériver les fonctions suivantes toutes définies pour $x \in \mathbb{R}$.

$$f(x) = e^{8x} \qquad g(x) = e^{2-3x} \qquad h(x) = e^{6x+2-x} \qquad k(x) = xe^{3-x}$$

Exercice 9 :

Soit f une fonction telle que : $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = e^{-x}$.

1) Déterminer une expression de la dérivée f' de la fonction f.

2) En déduire le tableau de variations de f.

Exercice 10 :

Soit g une fonction telle que : $\forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) = \big(6x+7\big)e^{3x}$.

1) Déterminer une expression de la dérivée g' sous la forme « $\boldsymbol{(ax+b)e^{3x}}$ ».

2) En déduire le tableau de variations de g.

Exercice 11 :

Soit h une fonction telle que : $\forall x \in \mathbb{R} \quad h(x) = \Big(-x^2 - 2x + 11\Big)e^{-2x+1}$.

1) Déterminer une expression de la dérivée h' de la fonction h.

2) En déduire le tableau de variations de h.

Exercice 12 :

Soit k une fonction définie par $k(x) = -\dfrac{e^x}{e^x+1}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_k$ de la fonction k.

2) Déterminer une expression de la dérivée k' et en déduire les variations de k.