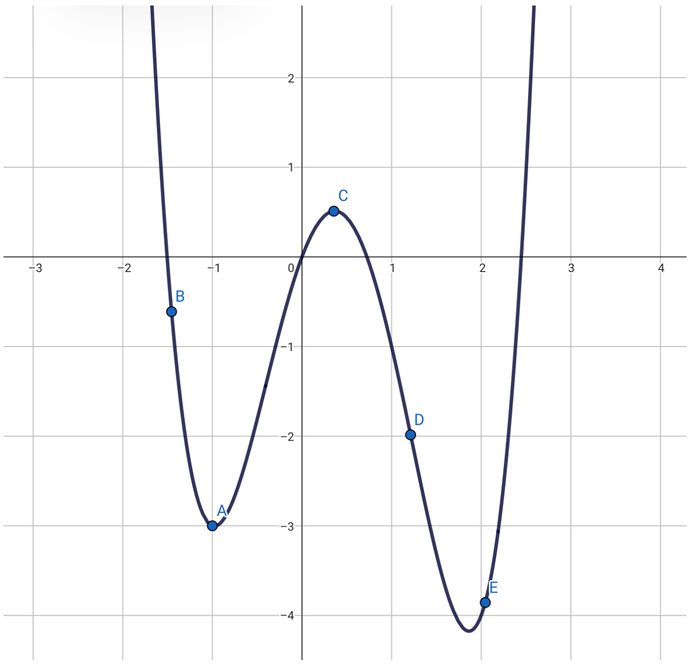
Chapitre 6 – Exercices

Dérivation

Exercice 1 :

Dessiner les tangentes à la courbe représentative de la fonction f représentée ci-dessous aux points A, B, C, D et E.

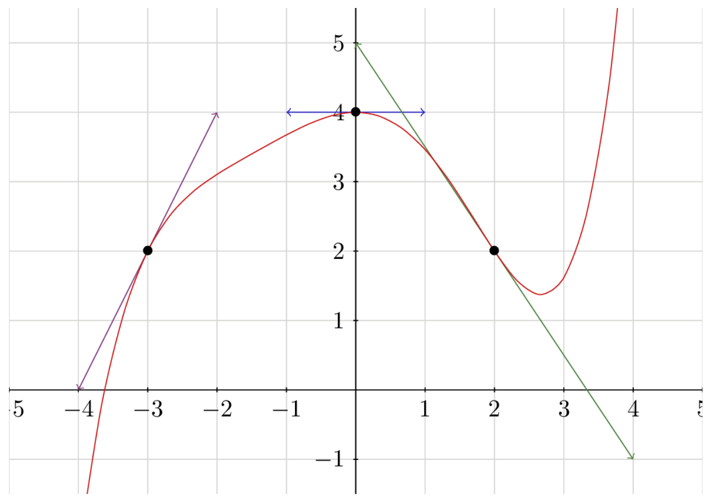


Exercice 2 :

On a représenté ci-dessous la courbe d'une fonction f.

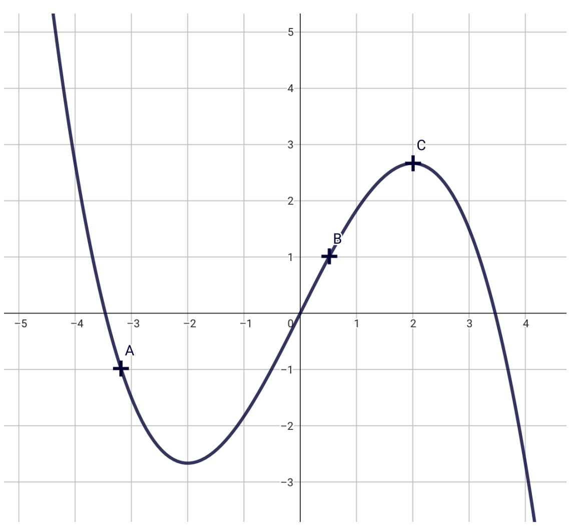
1) Quelles sont les valeurs de $f(-3)$, $f(0)$ et $f(2)$?

2) Déterminer les valeurs de $f'(-3)$, $f'(0)$ et $f'(2)$.



Exercice 3 :

1) Dessiner les tangentes à la courbe de la fonction f représentée ci-dessous aux points A, B et C.

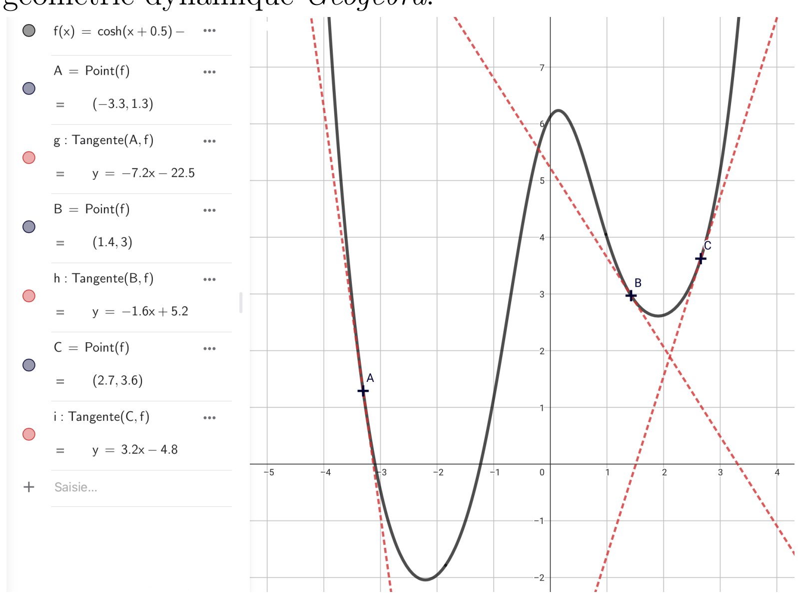


2) Soit a l'abscisse du point A, et b l'abscisse du point B.

Que peut-on dire du signe de $f'(a)$? Et pour $f'(b)$?

Exercice 4 :

On donne ci-dessous la capture d'écran issue du logiciel de géométrie dynamique *Geogebra*.



a. $f(-3,3) = \ldots\ldots$ $\qquad f'(-3,3) = \ldots\ldots$

b. $f(1,4) = \ldots\ldots$ $\qquad f'(1,4) = \ldots\ldots$

c. $f(2,7) = \ldots\ldots$ $\qquad f'(2,7) = \ldots\ldots$

Exercice 5 :

On considère trois fonctions définies comme suit :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \qquad f(x) = x^2, \quad g(x) = -x^3, \quad h(x) = -x^2 + x$$

1) **a.** Soit $h \in \mathbb{R}^*$. Déterminer le taux de variation $\boldsymbol{\tau(h)}$ de f entre $\mathbf{-1}$ et $\mathbf{-1+h}$.

b. Montrer que f est dérivable en -1 et donner la valeur du nombre dérivé de f en -1.

2) **a.** Soit $h \in \mathbb{R}^*$. Déterminer le taux de variation $\boldsymbol{\tau(h)}$ de g entre $\mathbf{2}$ et $\mathbf{2+h}$.

b. Montrer que g est dérivable en 2 et donner la valeur du nombre dérivé de g en 2.

3) **a.** Soit $h \in \mathbb{R}^*$. Déterminer le taux de variation $\boldsymbol{\tau(h)}$ de h entre $\mathbf{3}$ et $\mathbf{3+h}$.

b. Montrer que h est dérivable en 3 et donner la valeur du nombre dérivé de h en 3.

Exercice 6 :

On considère la fonction f dont l'expression algébrique est : $f(x) = \dfrac{x+1}{2-x}$.

1) Déterminer le plus grand ensemble réel $\mathcal{D}_f$ sur lequel f peut être définie.

2) Soit $h \in \mathbb{R}^*$ tel que $3 + h \in \mathcal{D}_f$. Déterminer le taux de variation $\boldsymbol{\tau(h)}$ de f entre $\mathbf{3}$ et $\mathbf{3+h}$.

3) Montrer que f est dérivable en 3 et donner la valeur du nombre dérivé de f en 3.

Exercice 7 : ★ **Équation de la tangente**

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et dérivable en $a \in I$. On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f et $\boldsymbol{\mathcal{T}_a}$ la droite tangente à $\mathcal{C}_f$ en a. On note de plus $\boldsymbol{t}$ la fonction affine dont la droite représentative est $\mathcal{T}_a$. Ainsi il existe $(m, p) \in \mathbb{R}^2$ tels que $t(x) = mx + p$.

Objectif : On souhaite déterminer une équation de la tangente $\mathcal{T}_a$.

1) Représenter la situation de l'énoncé par un schéma soigné.

2) *Détermination de m*

Déterminer la valeur du coefficient directeur m de $\mathcal{T}_a$ en fonction de la dérivée de f en a.

3) *Détermination de p*

a. Déterminer graphiquement, à l'aide du schéma, la valeur de $t(a)$.

b. En utilisant l'égalité $t(a) = ma + p$, en déduire que $p = f(a) - f'(a)a$.

4) Conclure en montrant qu'une équation de la tangente $\mathcal{T}_a$ est

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$