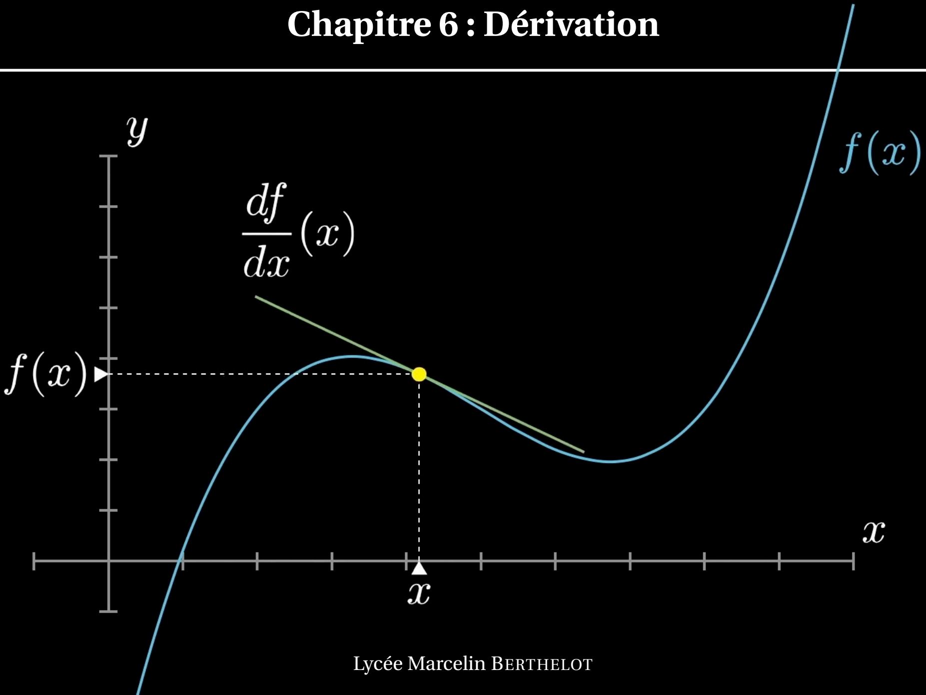
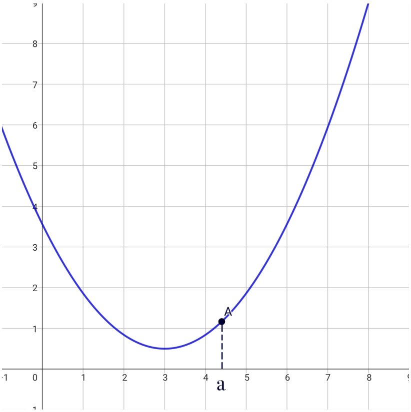
Chapitre 6 : Dérivation



Lycée Marcelin BERTHELOT

I Nombre dérivé et tangente

Soit f définie sur un intervalle I, et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative. Soit $a \in I$ et A le point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse a.

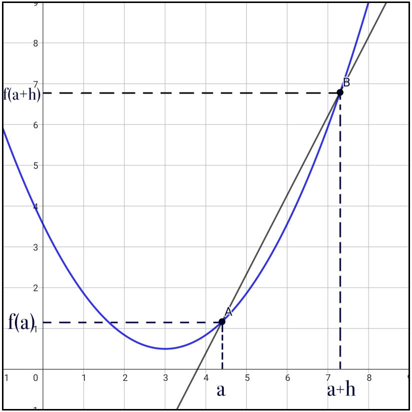


1 Limite du taux de variation

Soit $h \in \mathbb{R}$ tel que $a+h \in I$, et B le point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse $a+h$.

Le coefficient directeur de la droite (AB) vaut :

$$m = \frac{f(a+h) - f(a)}{a+h-a}$$



Définition :

Le nombre $\tau(h) = \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ est appelé **taux de variation** de f entre a et $a+h$.

Question

Que se passe-t-il lorsque B se rapproche de A ?

Autrement dit, lorsque $h \longrightarrow 0$?

Définition : On dit que f est **dérivable en $\boldsymbol{a}$** lorsque $\tau(h)$ tend vers un nombre réel lorsque $h \longrightarrow 0$.

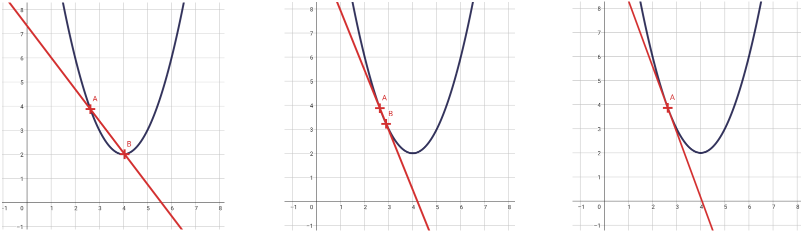
Dans ce cas ce réel noté $\boldsymbol{f'(a)}$ et appelé **nombre dérivé** de f en a est défini par :

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

2 Tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$

Dans toute la suite on supposera que f est dérivable en a.

Remarque : Une première "définition intuitive" de la tangente est celle de la position limite d'une sécante (AB) lorsque B se rapproche de A.



Définition :

La **tangente** à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse a est la droite passant par A de coefficient directeur $f'(a)$.