Exercice : Forêt incendiée

Après un incendie dévastateur, une forêt commence à se reconstituer. La surface couverte par la végétation suit une progression qui dépend du temps. On modélise cette évolution par une suite (u_n) où $\boldsymbol{u_n}$ représente le pourcentage de la surface forestière régénérée après $\boldsymbol{n}$ **années** (ainsi $n \in \mathbb{N}$).

Données sur la suite : $u_0 = 1$, et pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} = 0,8u_n + 15$.

1) Quelle était la surface forestière restante immédiatement après l'incendie, exprimée en pourcentage ?

2) Quel pourcentage de la surface forestière était régénéré après 1 an ? Et après 2 ans ?

3) Soit (v_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $\mathrm{v}_n = u_n - 75$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique, dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Donner le terme général de (v_n) en fonction de n.

c. En déduire une expression du terme général de la suite (u_n) en fonction de n.

4) **a.** Quel sera le pourcentage de la surface forestière régénérée après 20 ans ? Et après 30 ans ? *Arrondir les résultats au dixième.*

b. Émettre une conjecture (*hypothèse*) sur la capacité maximale de régénération de cette forêt après l'incendie. *Expliquez d'où provient cette conjecture.*

Exercice : Croissance d'un champignon

Une petite quantité de *Pleurotus ostreatus* est placée dans une boîte de Petri contenant un substrat nutritif. Ce champignon se développe en formant du **mycelium** : un réseau de filaments qui constitue la partie principale du champignon, avant l'apparition du chapeau.

Chaque jour on mesure la masse de mycelium en développement afin d'étudier son évolution. Cette croissance est modélisée par une suite $\boldsymbol{(u_n)}$, où $\boldsymbol{u_n}$ représente la masse en milligrammes (mg) du champignon au bout de $\boldsymbol{n}$ **jours**.

Culture de *Pleurotus ostreatus*

Données sur la suite :
$\boldsymbol{u_0 = 52}$, et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\boldsymbol{u_{n+1} = 0,95u_n + 63}$.

1) Quelle est la masse de mycelium déposée dans la boîte de Petri au lancement de l'expérience ?

2) Déterminer la masse de mycelium présente au bout d'un jour, puis au bout de deux jours.

3) Soit (v_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $\mathrm{v}_n = u_n - 1\,260$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique, dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Donner le terme général de (v_n) en fonction de n.

c. En déduire une expression du terme général de la suite (u_n) en fonction de n.

4) **a.** Quelle sera la masse de mycelium dans la boîte après 15 jours d'expérience ? Et après 110 jours ? Et après 125 jours ? *Arrondir les résultats au milligramme près.*

b. D'après vos résultats, la masse de mycelium atteindra-t-elle les 2 grammes ?
Rappel : 2g = 2000 mg.

Exercice : Suite quelconque

Soit (u_n) une suite telle que $u_0 = 8$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $u_{n+1} = 0,85u_n + 1,8$.

1) Calculer les trois premiers termes de la suite.

2) Soit (v_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $\mathrm{v}_n = u_n - 12$. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.

3) Exprimer v_n en fonction de $n \in \mathbb{N}$.

4) En déduire le terme général de la suite (u_n).

5) Émettre une conjecture sur la limite de la suite (u_n).