Chapitre 5 – Exercices

Suites arithmétiques et géométriques

Exercice 1 :

1) La suite (u_n) est telle que $u_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $u_{n+1} = u_n - 5$. Cette suite est-elle arithmétique ? Si oui, donner sa raison et ses 3 premiers termes.

2) La suite (v_n) est telle que $\mathrm{v}_1 = -2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a $\mathrm{v}_{n+1} = 2\mathrm{v}_n + 2$. Cette suite est-elle arithmétique ? Si oui, donner sa raison et ses 3 premiers termes.

3) Parmi ces suites, identifier celles qui sont arithmétiques. Si elles le sont, donner leur raison.

Suite	$\begin{cases} u_0 = -6 \\ u_{n+1} = 7 + u_n \end{cases}$	$\begin{cases} \mathrm{v}_0 = 2,3 \\ \mathrm{v}_{p+1} = \mathrm{v}_p + \sqrt{2} \end{cases}$	$\begin{cases} \forall n \in \mathbb{N}, \\ \mathrm{w}_n = 1 + 7n \end{cases}$	$\begin{cases} t_0 = 4 \\ t_{n+1} = 10 - t_n \end{cases}$
Arithmétique	❒ Oui ❒ Non	❒ Oui ❒ Non	❒ Oui ❒ Non	❒ Oui ❒ Non
Raison				

Exercice 2 :

1) Démontrer que la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = -5+7n$ est une suite arithmétique.

2) Démontrer que la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $\mathrm{v}_n = 4 + \dfrac{2n}{3}$ est une suite arithmétique.

3) Quelle est la nature de la suite (t_n) définie ci-après ? $\quad \forall n \in \mathbb{N},\ t_n = 3n + 8$

4) Quelle est la nature de la suite (w_n) définie ci-après ? $\quad \forall n \in \mathbb{N},\ \mathrm{w}_n = \dfrac{n^2 - 1}{n+1}$

5) Étudier le sens de variation des suites arithmétiques des questions précédentes.

Exercice 3 : **Utilisation de $\mathbf{\Sigma}$**

Nous allons utiliser un magnifique symbole mathématique, le symbole $\mathbf{\Sigma}$ (lettre grecque *sigma* majuscule) qui permet d'écrire plus facilement des grandes **sommes**.

> Exemple de somme très connue (problème de Bâle) :
> $$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

1) Développer les sommes suivantes sous la forme d'une suite d'additions. *Ex :* $\displaystyle\sum_{k=1}^{4} 2k = 2+4+6+8$.

a. $\displaystyle\sum_{k=1}^{5} k$

c. $\displaystyle\sum_{k=1}^{6} 3k$

b. $\displaystyle\sum_{k=1}^{4} (2k+1)$

d. $\displaystyle\sum_{k=2}^{5} 2k^2$

2) Écrire les suites d'additions suivantes sous la forme d'une somme avec le symbole Σ.

a. $4 + 5 + 6 + \ \dots\ + 28 + 29$

b. $5 + 10 + 15 + 20 + 25$

Exercice 4 :

Calculer les sommes suivantes.

1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{19} k$

2) $\displaystyle\sum_{k=4}^{21} k$

3) $\displaystyle\sum_{k=9}^{45} k$

4) $\displaystyle\sum_{k=75}^{111} k$

5) $\displaystyle\sum_{k=23}^{48} k$

6) $\displaystyle\sum_{k=101}^{139} k$

Exercice 5 :

Le prix d'un abonnement Nitflux coûte 12 € le premier mois et chaque mois cet abonnement augmente de 15 centimes.

On note $\boldsymbol{u_n}$ le prix de l'abonnement au n-ième mois.

1) Calculer u_1 et u_2.

2) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Quelle est sa raison ?

3) Donner le terme général de la suite (u_n).

4) Au bout de deux ans quel sera le prix dépensé au total dans cet abonnement ?

Exercice 6 :

Le loyer d'un appartement parisien est à 1 165 €, et chaque mois il augmente de 5 €. On note u_0 le prix du loyer au premier mois, ainsi $u_0 = 1\ 165$. On note u_n le montant du loyer au n-ième mois.

1) Calculer u_1, u_2 et u_3.

2) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Quelle est sa raison ?

3) Donner le terme général de la suite (u_n).

4) Quelle sera la somme dépensée pendant la quatrième année uniquement ?