

Chapitre 4 – Exercices

Probabilités conditionnelles

Exercice 1 :

On considère des événements C , N , T , F et I d'un même univers Ω , et on a :

$$P(C) = 0,2 \quad P(T) = 0,4 \quad P(N) = 0,3 \quad P(F) = \frac{5}{7} \quad P_I(N) = 0,1$$

$$P(I) = 0,8 \quad P(C \cap T) = 0,25 \quad P(T \cap F) = \frac{1}{5} \quad P(C \cap N \cap I) = 0,04$$

- 1) Calculer $P_T(C)$.
- 2) Calculer $P_F(T)$.
- 3) Calculer $P(N \cap I)$.
- 4) Calculer $P_{N \cap I}(C)$.

Exercice 2 : Bilingue en entreprise

Dans une entreprise on compte 250 employés. 70% d'entre eux parlent anglais, et parmi ces employés, 20% sont des cadres. Parmi les employés qui ne sont pas des cadres, 38 ne parlent pas anglais.

- 1) Compléter à l'aide de l'énoncé le tableau suivant.

	Cadres	Non cadres	Total
Parlent anglais			
Ne parlent pas anglais			
Total			250

On choisit au hasard un·e employé·e de cette entreprise, et on note les événements suivants :

- C : « L'employé·e est un·e cadre » ;
- A : « L'employé·e parle anglais ».

- 2) Déterminer la probabilité que l'employé·e choisit au hasard ne soit pas cadre.
- 3) Quelle est la probabilité que l'employé·e soit cadre sachant qu'il ou elle ne parle pas anglais ?
- 4) Quelle est la probabilité que l'employé·e ne parle pas anglais sachant qu'il ou elle n'est pas cadre ?

Exercice 3 : Concert de musique

Un groupe d'élève d'une classe de première veut organiser un concert de musique au lycée. Il fait une fiche d'enquête pour connaître le nombre d'élèves souhaitant assister au concert. 450 élèves ont répondu à l'enquête, 180 garçons et 270 filles. 144 filles et 72 garçons souhaitent y assister.

On note les événements :

- G = « la fiche est celle d'un garçon » ;
- \overline{G} est l'évènement contraire de G ;
- A = « l'élève souhaite assister au concert » ;
- \overline{A} est l'évènement contraire de A .

- 1) Représenter la situation avec un tableau.
- 2) On sort une fiche au hasard parmi les 450 fiches réponses. Donner les probabilités des événements G , A et $G \cap A$.
- 3) On sait que la fiche sélectionnée est celle d'un garçon. En déduire alors la probabilité que cet élève souhaite assister au concert.
- 4) Calculer la probabilité que l'élève soit favorable au concert sachant que c'est une fille.

Exercice 4 : Virus dans une population

Dans un pays, il y a 2% de la population contaminée par un virus. On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,99.
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97.

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population. On note V l'évènement « la personne est contaminée par le virus » et T l'évènement « le test est positif ».

- 1)
 - a. Traduire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
 - b. Donner les valeurs des probabilités $P(V)$, $P_V(T)$ et $P_{\overline{V}}(\overline{T})$.
 - c. En déduire la probabilité de l'évènement $V \cap T$.
- 2) Démontrer que la probabilité que le test soit positif est de 0,0492.
- 3) Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif. Que peut-on en conclure ?

Exercice 5 : Logement des familles

Lors d'une enquête réalisée auprès de familles d'une région concernant leur habitation principale, on apprend que 55% des familles interrogées sont propriétaires de leur logement, 40% en sont locataires et enfin 5% occupent leur logement gratuitement (ces familles seront appelées dans la suite de l'exercice « occupants à titre gratuit »).

Toutes les familles interrogées habitent soit une maison individuelle, soit un appartement, et toute habitation ne contient qu'une seule famille. 60% des propriétaires habitent une maison individuelle, 80% des locataires habitent un appartement et enfin 10% des occupants à titre gratuit habitent une maison individuelle.

On interroge au hasard une famille de la région et on note les évènements :

- A : « la famille habite un appartement » ;
- L : « la famille est locataire » ;
- Pr : « la famille est propriétaire » ;
- G : « la famille occupe à titre gratuit ».

On donnera l'ensemble des probabilités sous forme décimale, arrondies au millième.

- 1) Construire un arbre pondéré résumant la situation.
- 2) Préciser à l'aide de l'énoncé les probabilités suivantes : $P_{Pr}(\overline{A})$, $P_L(A)$ et $P_G(\overline{A})$.
- 3) Calculer la probabilité de l'évènement : "la famille est propriétaire et habite un appartement".
- 4) Montrer que la probabilité de l'évènement A est égale à 0,585.
- 5) On interroge au hasard une famille habitant un appartement. Calculer la probabilité pour qu'elle en soit propriétaire.

Exercice 6 : ★ Voiture quand il pleut

Indiquer si l'affirmation donnée ci-dessous est vraie ou fausse et justifier soigneusement la réponse.

Zoé se rend à son travail à pied ou en voiture. Là où elle habite, il pleut un jour sur quatre. Lorsqu'il pleut, Zoé se rend en voiture à son travail dans 80% des cas. Lorsqu'il ne pleut pas, elle se rend à pied à son travail avec une probabilité égale à 0,6.

Affirmation : « Zoé utilise la voiture un jour sur deux ».