

Chapitre 4 – Correction de l'exercice final

Probabilités conditionnelles

Exercice final : Révision pour le DS

Au lycée Marcel BERTHE, il y a un incendie dans 6% des cas. De plus on estime que l'alarme incendie retentit 8 fois sur 100. D'après les analyses de la commission de sûreté du lycée, lorsqu'un incendie est véritablement au sein de l'établissement, on entend l'alarme dans 92% des cas.

On note les événements suivants :

- S : « l'alarme retentit dans le lycée » ;
- F : « il y a un incendie dans le lycée ».



1) D'après l'énoncé, donner les probabilités $P(S)$, $P(F)$ et $P_F(S)$.

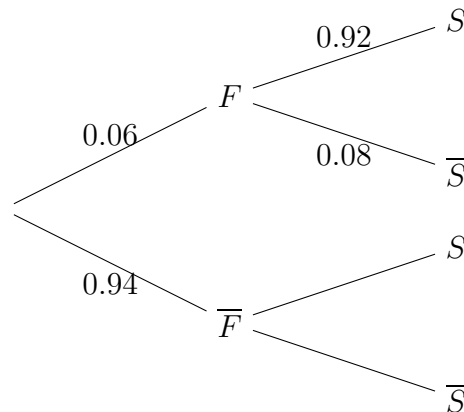
D'après l'énoncé, on a :

$$P(F) = 0,06 \quad P(S) = 0,08 \quad \text{et} \quad P_F(S) = 0,92.$$

2) On souhaite étudier l'influence d'un incendie sur le déclenchement de l'alarme. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre de probabilités.

Toutes les pondérations connues devront être indiquées.

On représente la situation par un arbre de probabilités en distinguant d'abord la présence ou non d'un incendie.



3) Calculer la probabilité $P(F \cap \bar{S})$. Que cela signifie-t-il dans le contexte de l'exercice ?

On a :

$$P(F \cap \bar{S}) = P(F) \times P_F(\bar{S}) = 0,06 \times 0,08 = 0,0048.$$

Cela signifie que dans 0,48% des cas, un incendie se produit dans l'établissement sans que l'alarme ne retentisse.

4) Calculer la probabilité qu'il y ait un incendie dans l'établissement lorsque l'alarme retentit.

On cherche à calculer la probabilité $P_S(F)$. On a :

$$P_S(F) = \frac{P(F \cap S)}{P(S)}.$$

Or : $P(F \cap S) = P(F) \times P_F(S) = 0,06 \times 0,92 = 0,0552$. Donc :

$$P_S(F) = \frac{0,0552}{0,08} = 0,69.$$

Ainsi, lorsque l'alarme retentit, la probabilité qu'il y ait réellement un incendie est de 69%.

5) a. Calculer la probabilité $P(\overline{F} \cap S)$.

Les événements F et \overline{F} forment une **partition de l'univers**. On peut donc appliquer la formule des **probabilités totales** pour l'événement S :

$$P(S) = P(F \cap S) + P(\overline{F} \cap S).$$

On en déduit donc :

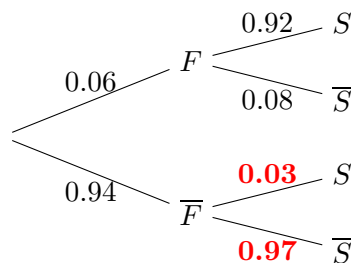
$$\begin{aligned} P(\overline{F} \cap S) &= P(S) - P(F \cap S) \\ &= 0,08 - 0,06 \times 0,92 \\ &= 0,0248 \end{aligned}$$

b. En déduire $P_{\overline{F}}(S)$ puis compléter dans une autre couleur votre arbre de probabilité.
Le résultat sera arrondi à 10^{-2} près.

On calcule la probabilité que l'alarme retentisse sachant qu'il n'y a pas d'incendie :

$$\begin{aligned} P_{\overline{F}}(S) &= \frac{P(\overline{F} \cap S)}{P(\overline{F})} \\ &= \frac{0,0248}{0,94} \\ &\approx 0,03 \end{aligned}$$

On complète alors ainsi l'arbre de probabilités.



c. Que pouvez-vous en conclure ?

L'alarme incendie a environ 3% de chances de retentir même lorsqu'il n'y a pas de feu. Ce sont des événements qui se produisent lorsque par exemple il y a des exercices « incendie ».