

# Chapitre 4 – Correction de l'exercice final

Probabilités conditionnelles

## Exercice final : Révision pour le DS

Au lycée Marcel BERTHE, il y a un incendie dans 6% des cas. De plus on estime que l'alarme incendie retentit 8 fois sur 100. D'après les analyses de la commission de sûreté du lycée, lorsqu'un incendie est véritablement au sein de l'établissement, on entend l'alarme dans 92% des cas.

On note les événements suivants :

- $S$  : « l'alarme retentit dans le lycée » ;
- $F$  : « il y a un incendie dans le lycée ».



1) D'après l'énoncé, donner les probabilités  $P(S)$ ,  $P(F)$  et  $P_F(S)$ .

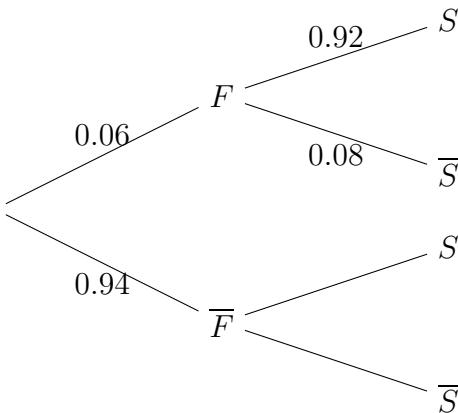
D'après l'énoncé, on a :

$$P(F) = 0,06 \quad P(S) = 0,08 \quad \text{et} \quad P_F(S) = 0,92.$$

2) On souhaite étudier l'influence d'un incendie sur le déclenchement de l'alarme. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre de probabilités.

*Toutes les pondérations connues devront être indiquées.*

On représente la situation par un arbre de probabilités en distinguant d'abord la présence ou non d'un incendie.



3) Calculer la probabilité  $P(F \cap \overline{S})$ . Que cela signifie-t-il dans le contexte de l'exercice ?

On a :

$$P(F \cap \overline{S}) = P(F) \times P_F(\overline{S}) = 0,06 \times 0,08 = 0,0048.$$

Cela signifie que dans 0,48% des cas, un incendie se produit dans l'établissement sans que l'alarme ne retentisse.

4) Calculer la probabilité qu'il y ait un incendie dans l'établissement lorsque l'alarme retentit.

On cherche à calculer la probabilité  $P_S(F)$ . On a :

$$P_S(F) = \frac{P(F \cap S)}{P(S)}.$$

Or :  $P(F \cap S) = P(F) \times P_F(S) = 0,06 \times 0,92 = 0,0552$ . Donc :

$$P_S(F) = \frac{0,0552}{0,08} = 0,69.$$

Ainsi, lorsque l'alarme retentit, la probabilité qu'il y ait réellement un incendie est de 69%.

5) a. Calculer la probabilité  $P(\overline{F} \cap S)$ .

Les événements  $F$  et  $\overline{F}$  forment une **partition de l'univers**. On peut donc appliquer la formule des **probabilités totales** pour l'événement  $S$  :

$$P(S) = P(F \cap S) + P(\overline{F} \cap S).$$

On en déduit donc :

$$\begin{aligned} P(\overline{F} \cap S) &= P(S) - P(F \cap S) \\ &= 0,08 - 0,06 \times 0,92 \\ &= 0,0248 \end{aligned}$$

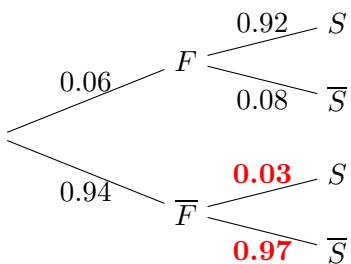
b. En déduire  $P_{\overline{F}}(S)$  puis compléter dans une autre couleur votre arbre de probabilité.

*Le résultat sera arrondi à  $10^{-2}$  près.*

On calcule la probabilité que l'alarme retentisse sachant qu'il n'y a pas d'incendie :

$$\begin{aligned} P_{\overline{F}}(S) &= \frac{P(\overline{F} \cap S)}{P(\overline{F})} \\ &= \frac{0.0248}{0.94} \\ &\approx 0,03 \end{aligned}$$

On complète alors ainsi l'arbre de probabilités.



c. Que pouvez-vous en conclure ?

L'alarme incendie a environ 3% de chances de retentir même lorsqu'il n'y a pas de feu. Ce sont des événements qui se produisent lorsque par exemple il y a des exercices « incendie ».