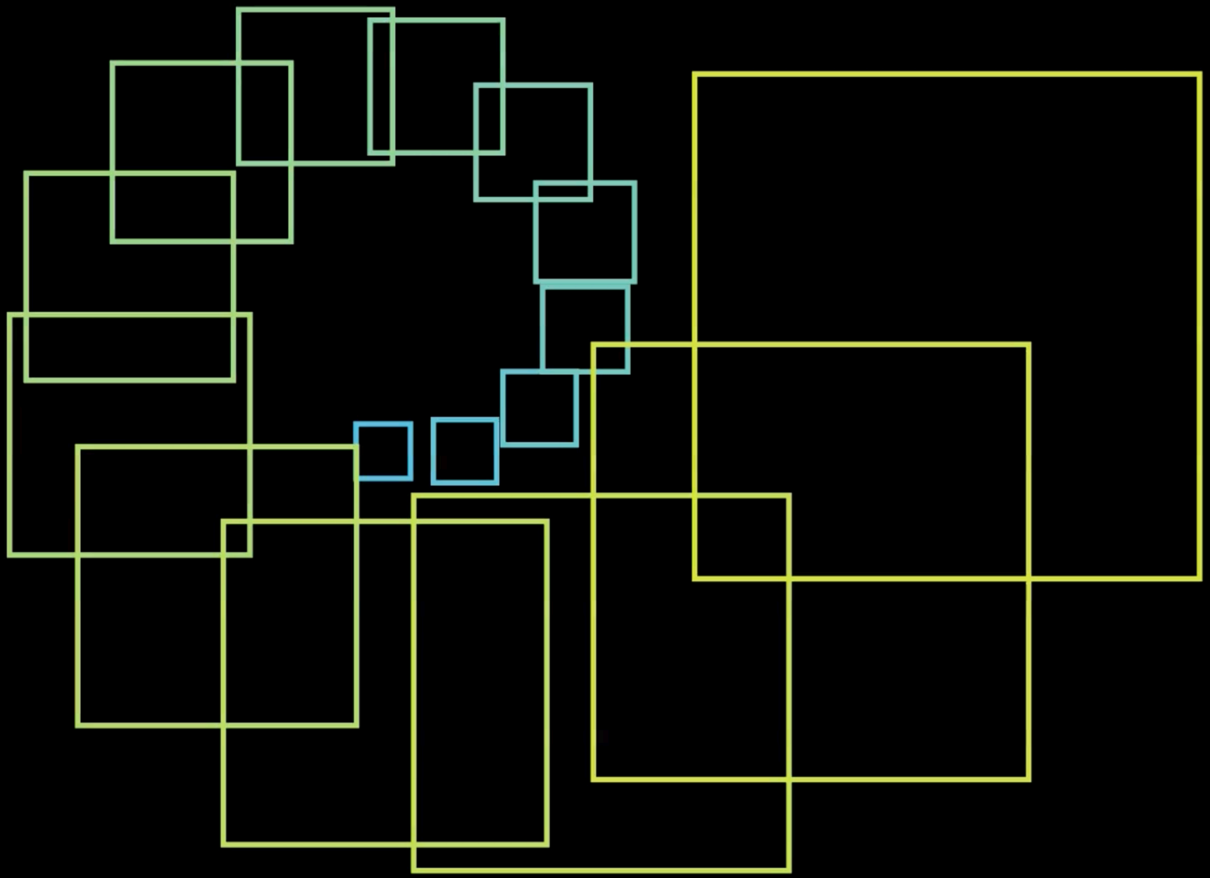
Chapitre 3 : Généralités sur les suites



Lycée Marcelin BERTHELOT - Aymé PETIT

I/ Définition et modes de génération

Définitions :

Une **suite numérique** est une « liste » de nombres infinie. On appelle **terme** de rang $n \in \mathbb{N}$ le n-ième nombre de cette liste.

Définitions :

Une **suite numérique** est une « liste » de nombres infinie. On appelle **terme** de rang $n \in \mathbb{N}$ le n-ième nombre de cette liste.

Exemple :

Voici les 4 premiers termes d'une suite appelée (u_n) :

$u_0 = 7 \qquad u_1 = -2 \qquad u_2 = 26 \qquad u_3 = 16$

Remarques :

• On peut considérer qu'une suite est une **fonction** définie sur $\mathbb{N}$ à valeurs dans $\mathbb{R}$.

• u_n est le terme de rang n tandis que (u_n) est la suite.

• On peut aussi commencer la suite à partir d'un rang autre que 0. Ex : (u_n) définie à partir de $u_7 = \mathbf{3}$.

Définition :

Une suite (u_n) peut être générée **explicitement**, i.e. en fonction de n.

Exemple :

Soit (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2 + 3$.

- $u_0 = 0^2 + 3 = 3$
- $u_1 = 1^2 + 3 = 4$
- $u_0 = 2^2 + 3 = 7$

Définition :

Une suite (u_n) peut être générée **par récurrence**, i.e. que u_{n+1} est calculé à partir du terme précédent u_n.

Exemple :

Soit (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = 3u_n - 2$.

- $u_1 = 3 \times u_0 - 2 = 10$
- $u_2 = 3 \times u_1 - 2 = 28$
- $u_3 = 3 \times u_2 - 2 = 82$

II/ Comportement d'une suite

1) Variations

Définitions :

Soit (u_n) une suite définie sur $\mathbb{N}$.

↗ (u_n) est **croissante** si pour tout $n \in \mathbb{N}$ $\boxed{u_{n+1} \geqslant u_n}$

↘ (u_n) est **décroissante** si pour tout $n \in \mathbb{N}$ $\boxed{u_{n+1} \leqslant u_n}$

→ (u_n) est **constante** si pour tout $n \in \mathbb{N}$ $\boxed{u_{n+1} = u_n}$

Propriétés : Méthodes d'étude de variation

Sans aucune condition sur la suite (u_n) :

(u_n) **croissante** $\iff \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} - u_n \geqslant 0$

Si pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $u_n > 0$ alors :

(u_n) **croissante** $\iff \forall n \in \mathbb{N} \quad \dfrac{u_{n+1}}{u_n} \geqslant 1$

Si pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $u_n = f(n)$ alors :

(u_n) **croissante** $\iff f$ croissante

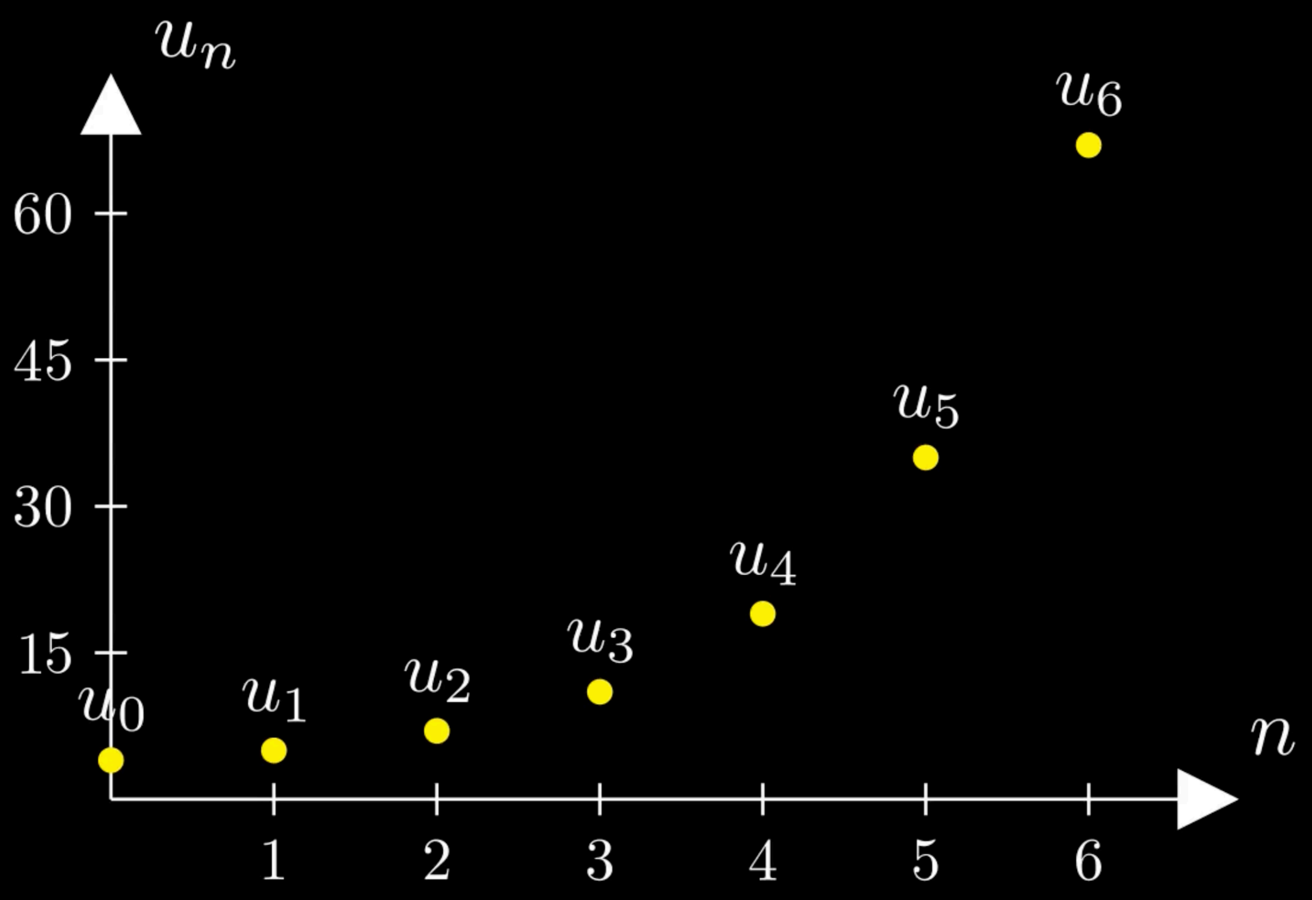
Remarque :

On parle de suite **stictement (dé)croissante** lorsque les inégalités sont strictes, i.e. avec les symboles $<$ et $>$.

2) Représentation graphique

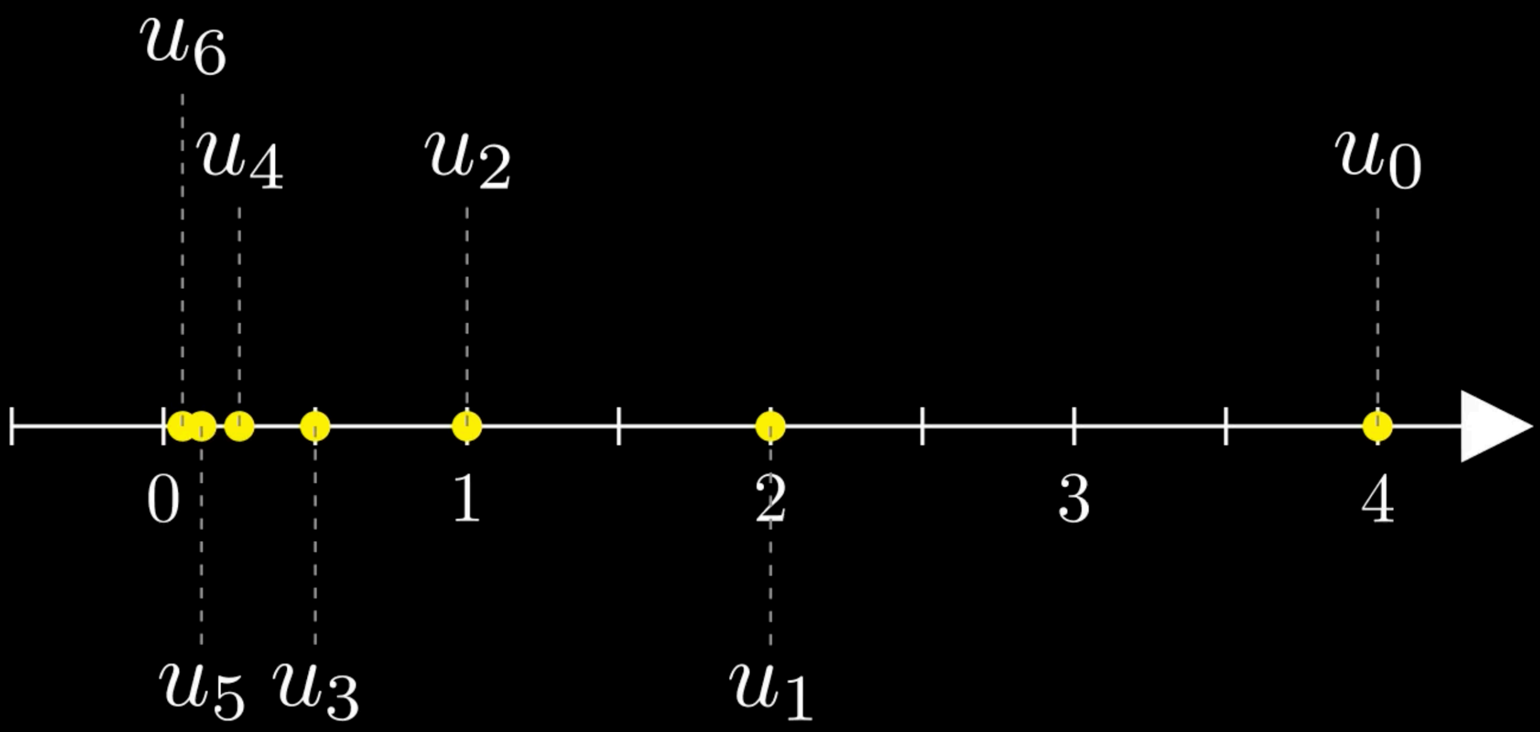
Une suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ est représentée par l'ensemble $\left\{(n; u_n)\right\}_{n\in\mathbb{N}}$ de points du plan.

$$u_0 = 4$$
$$u_1 = 5$$
$$u_2 = 7$$
$$u_3 = 11$$
$$u_4 = 19$$
$$u_5 = 35$$
$$u_6 = 67$$



On peut aussi représenter chaque terme u_n sur la droite numérique.

$$u_0 = 4$$
$$u_1 = 2$$
$$u_2 = 1$$
$$u_3 = 0.5$$
$$u_4 = 0.25$$
$$u_5 = 0.12$$
$$u_6 = 0.06$$

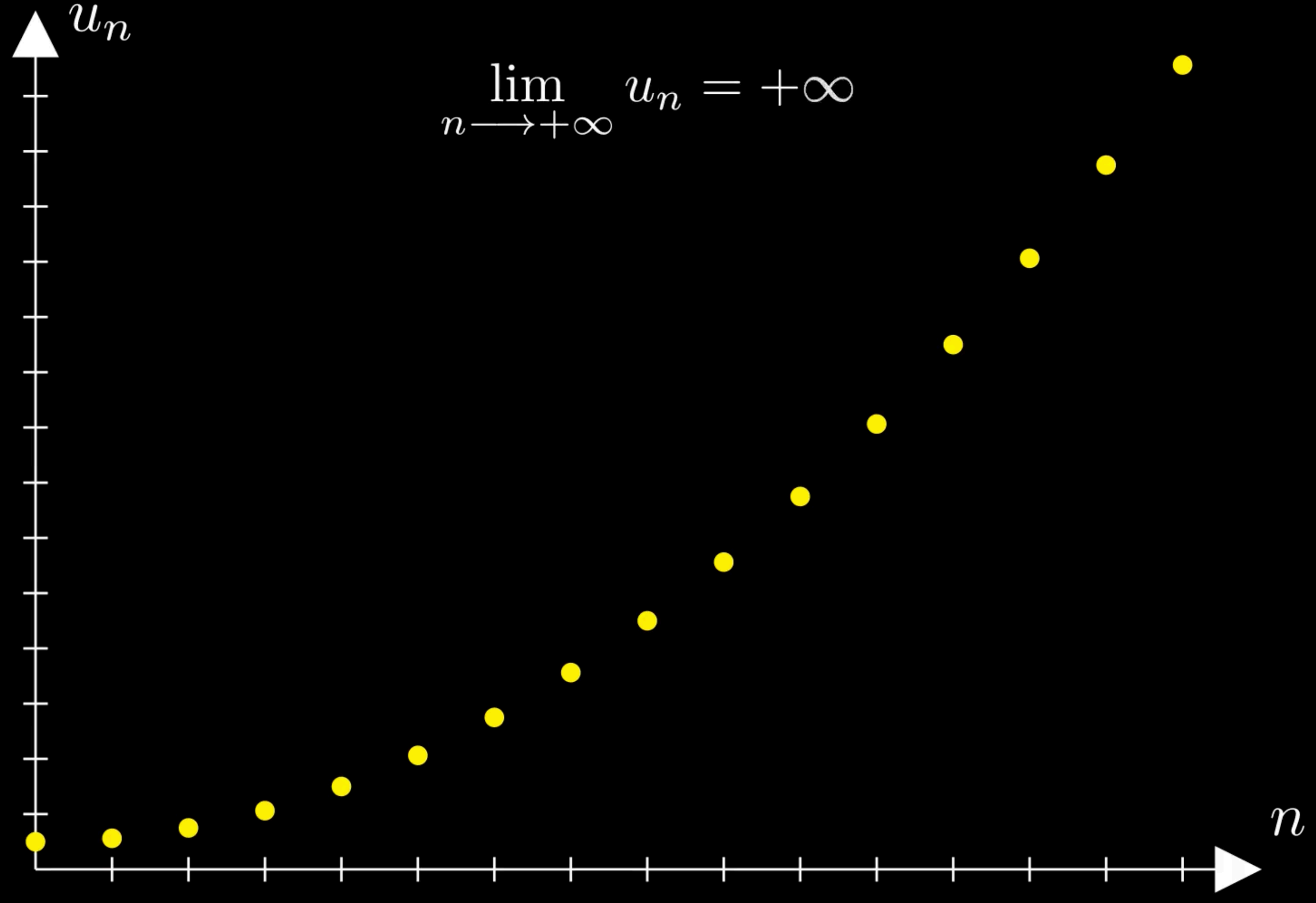


3) Limite d'une suite

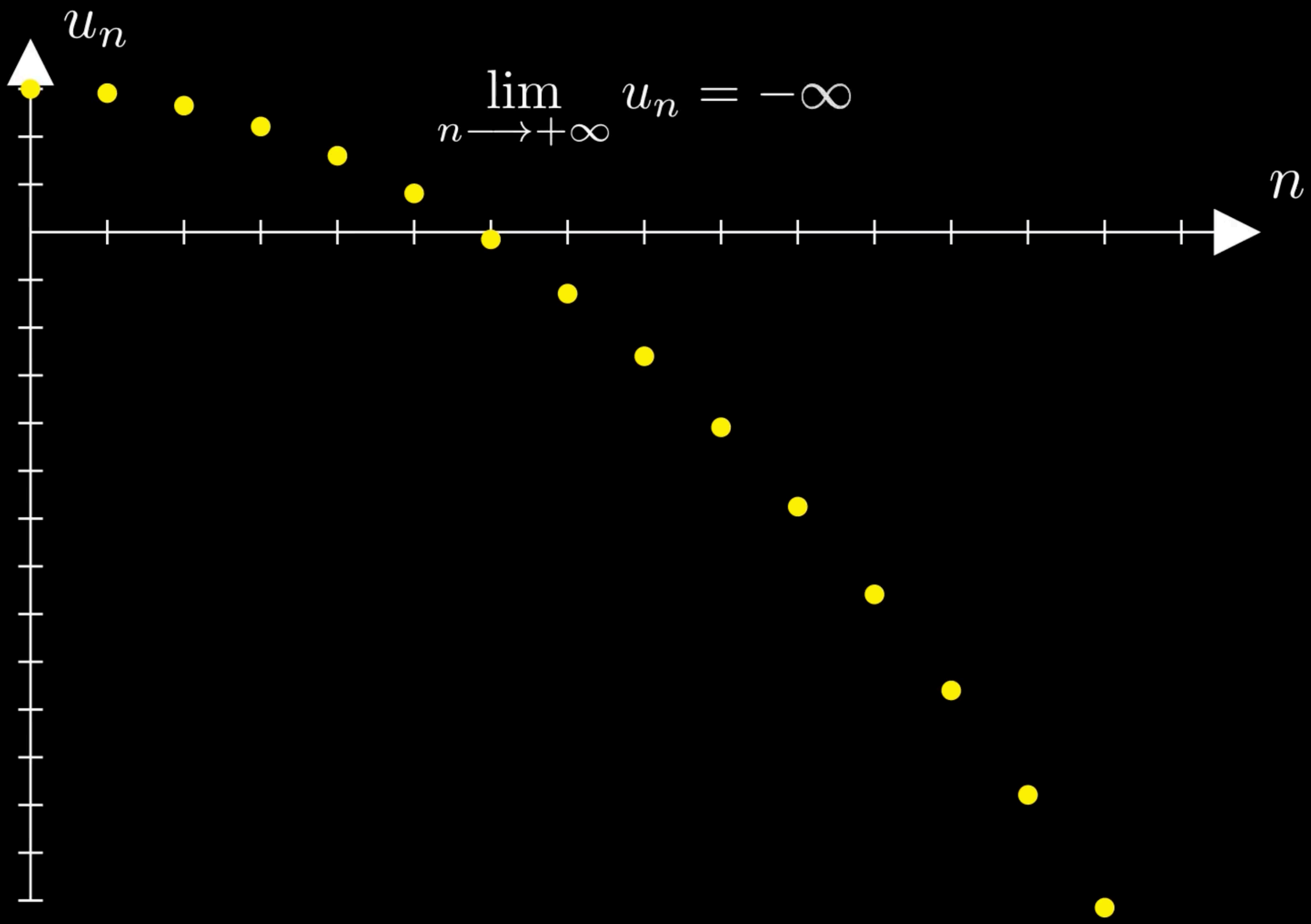
Définition :

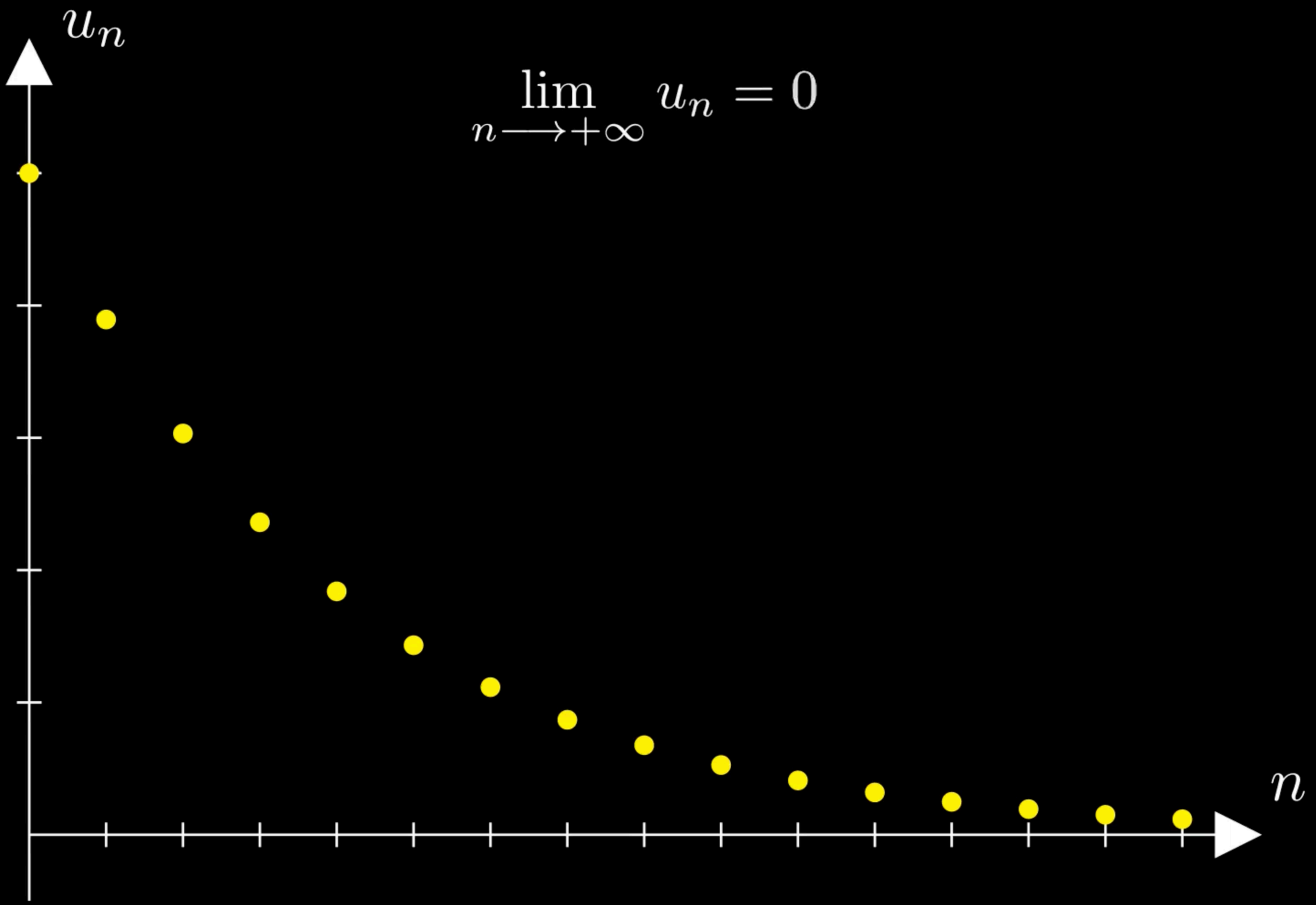
Étudier la limite d'une suite, c'est étudier le comportement de la suite lorsque n tend vers l'infini, i.e. lorsque $n \longrightarrow +\infty$.

Dans ce cours, nous ne ferons qu'étudier *intuitivement* la notion de limite.

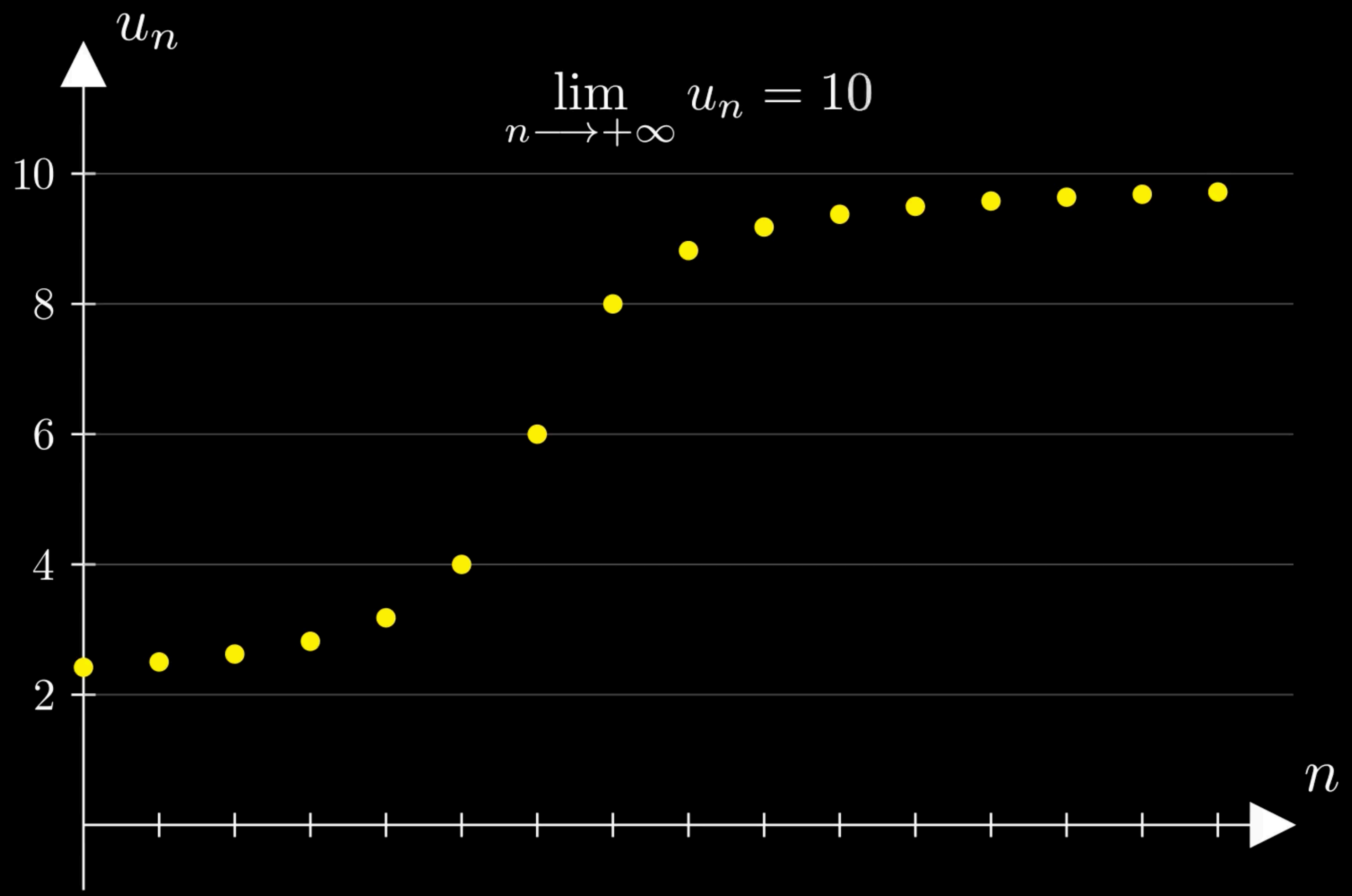

u_n
$\lim_{n \longrightarrow +\infty} u_n = +\infty$
n

$$\lim_{n \longrightarrow +\infty} u_n = -\infty$$





$$\lim_{n \longrightarrow +\infty} u_n = 0$$


u_n
$\lim_{n \longrightarrow +\infty} u_n = 10$
10
8
6
4
2
n

❧ Fin de chapitre ❧