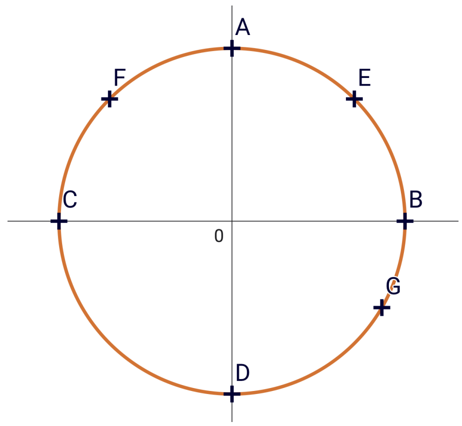
Chapitre 2 – Exercices

Trigonométrie

Exercice 1 :



On a tracé ci-contre le cercle trignonométrique $\mathcal{C}$.

1) Quel est le rayon du cercle $\mathcal{C}$? Quel est son périmètre ?

2) Parmi les points A, B, C, D, E et F, déterminer lequel est :

- **a.** le point image du nombre réel $\boldsymbol{2\pi}$.
- **b.** le point image du nombre réel $\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}$.
- **c.** le point image du nombre réel $\boldsymbol{-\frac{\pi}{2}}$.

3) Donner un réel x tel que le point image de x sur $\mathcal{C}$ soit F.

Exercice 2 :

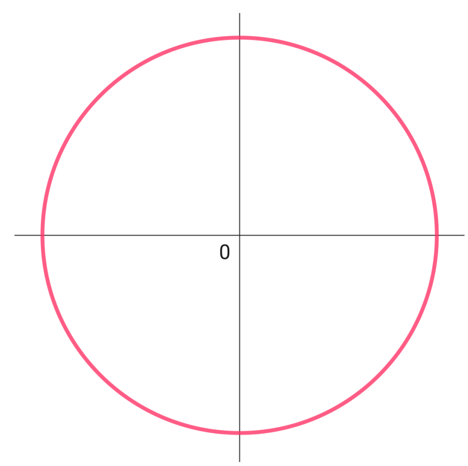
Pour chacun des réels suivants, donner deux autres réels associés au même point image sur le cercle trigonométrique.

1) $-\pi$ **2)** $\frac{3\pi}{2}$ **3)** $\frac{10\pi}{2}$ **4)** $-\frac{\pi}{4}$

Exercice 3 :

On a tracé ci-contre le cercle trignonométrique $\mathcal{C}$. Placer sur le cercle trigonométrique ci-contre les points associés aux réels suivants.

a. π	**d.** $\frac{\pi}{4}$	**g.** $\frac{7\pi}{6}$
b. $-\frac{\pi}{2}$	**e.** $\frac{2\pi}{3}$	**h.** $-\frac{5\pi}{4}$
c. 2025π	**f.** $-\frac{\pi}{6}$	**i.** $-\frac{2\pi}{3}$



Exercice 4 :

Pour chacun des réel $\boldsymbol{\alpha}$ suivants, trouver un réel $\boldsymbol{\beta} \in \left[0\,;2\pi\right[$ ayant le même point image que α sur le cercle trigonométrique.

1) $\alpha = -\frac{\pi}{4}$ **2)** $\alpha = 13\pi$ **3)** $\alpha = \frac{19\pi}{3}$ **4)** $\alpha = -\frac{3\pi}{2}$

Exercice 5 :

Par lecture sur le cercle trigonométrique, déterminer chacune des valeurs suivantes.

1) $\cos\left(-\pi\right)$ **2)** $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ **3)** $\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ **4)** $\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ **5)** $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$

Exercice 6 :

Par lecture sur le cercle trigonométrique, déterminer chacune des valeurs suivantes.

1) $\sin\left(\pi\right)$ **2)** $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ **3)** $\sin\left(-\frac{165\pi}{3}\right)$

4) $\cos\left(\frac{4\pi}{6}\right)$ **5)** $\cos\left(-\frac{7\pi}{2}\right)$

Exercice 7 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1) $\cos\left(\alpha\right) = -\frac{1}{2}$ **2)** $\cos\left(\alpha\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3) $\sin\left(\alpha\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ **4)** $-2\sin\left(\alpha\right) = \sqrt{3}$

Exercice 8 :

Résoudre les inéquations suivantes dans l'intervalle $\left[-\pi;\pi\right[$.

1) $\cos\left(\alpha\right) \leqslant -\frac{1}{2}$ **2)** $\sin\left(\alpha\right) \leqslant \frac{\sqrt{2}}{2}$

3) $\sin\left(\alpha\right) > -\frac{1}{2}$

Exercice 9 :

Soit $\alpha \in \left[0;\pi\right[$ tel que $\cos\left(\alpha\right) = -\frac{4}{5}$.

1) Calculer $\sin\left(\alpha\right)$.

2) Calculer $\sin\left(\alpha+\pi\right)$ puis $\sin\left(\pi-\alpha\right)$.

Exercice 10 :

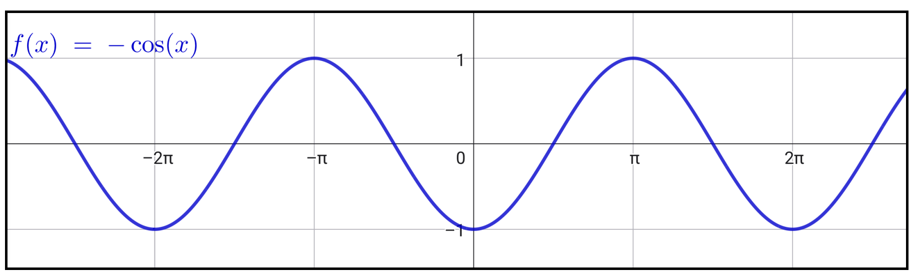
1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x \longmapsto \cos(2x)$. Montrer que f est π-périodique.

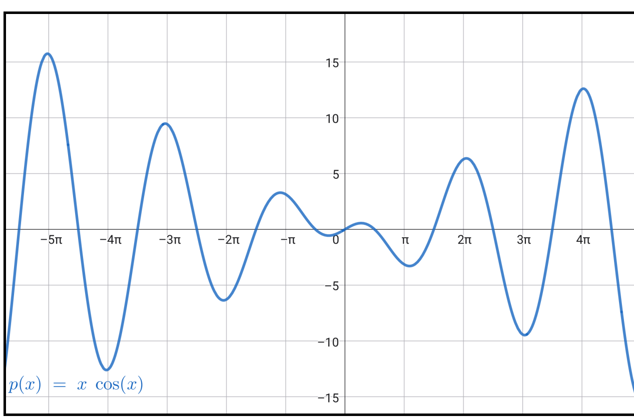
2) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g : x \longmapsto \sin\left(3\pi x - \frac{\pi}{3}\right)$. Montrer que g est 2-périodique.

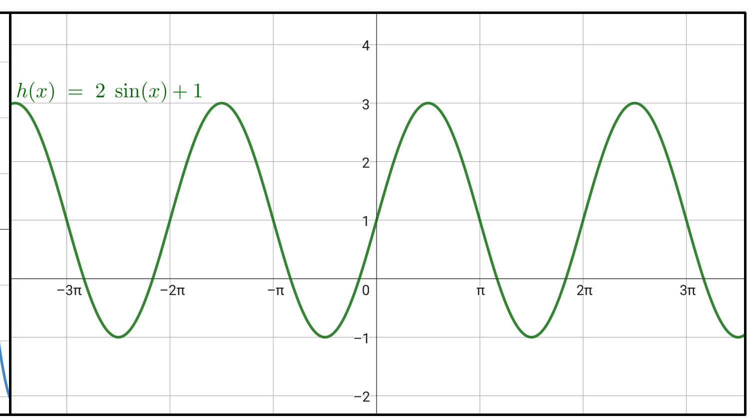
3) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h : x \longmapsto \sin(3x-1)$. Montrer que h est $\frac{2\pi}{3}$-périodique.

Exercice 11 :

Pour f, h et p, dire par lecture graphique si elle est **paire**, **impaire**, ou **ni paire ni impaire**. Confirmer ces résultats par le calcul.







Exercice 12 :

1) $\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = 2\cos(x) + 3\sin(x)$. Montrer que f est 2π-périodique.

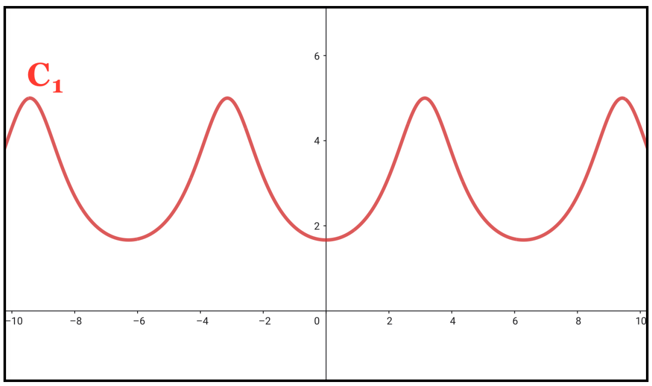
2) $\forall x \in \mathbb{R}, \quad g(x) = 3\sin(x) + 2\sin\left(\frac{x}{2} + 3\right)$. Montrer que g est 4π-périodique.

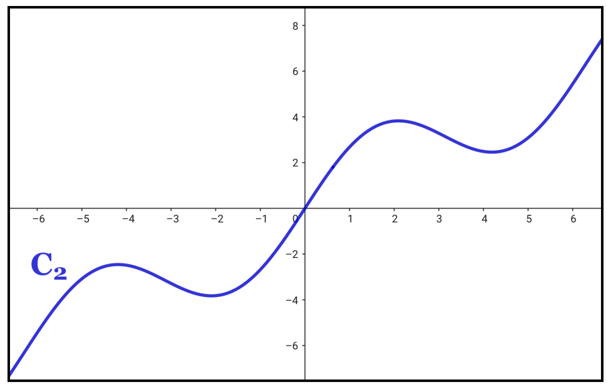
3) $\forall x \in \mathbb{R}, \quad h(x) = \cos(3x) + \sin(9x)$. Montrer que h est $\frac{2\pi}{3}$-périodique.

Exercice 13 :

Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on pose $f(x) = 3x + \sin(x)$ et $g(x) = \dfrac{5}{2 + \cos(x)}$.

De plus, on a tracé ci-dessous les courbes C_1 et C_2 représentatives de f et de g, sans préciser laquelle correspond à f et laquelle à g.





1) **a.** Étudier la parité de f. *i.e. dire si f est **paire**, **impaire**, ou bien **ni paire ni impaire**.*

b. Associer la fonction f à sa courbe représentative C_1 ou C_2, en justifiant le choix.

2) **a.** Étudier la parité de g.

b. Associer la fonction g à sa courbe représentative C_1 ou C_2, en justifiant le choix.