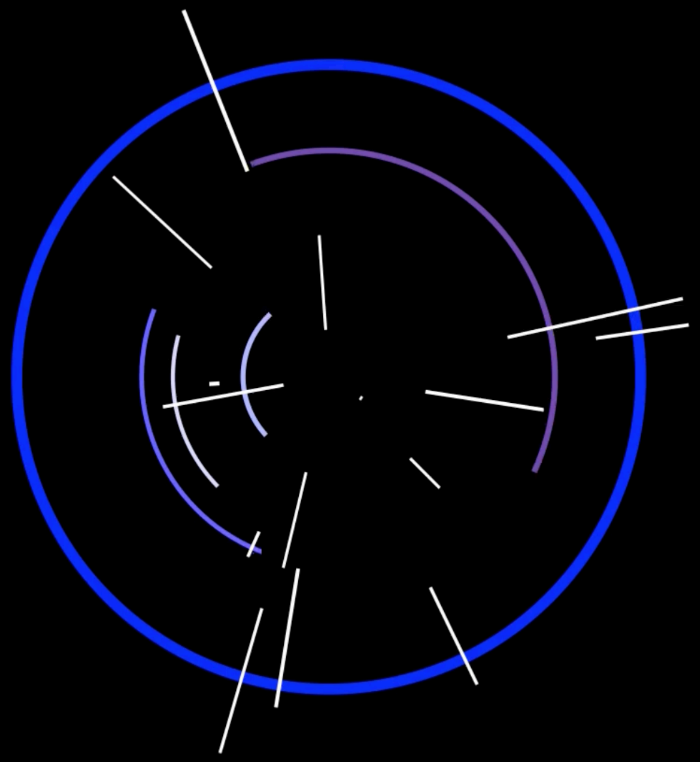
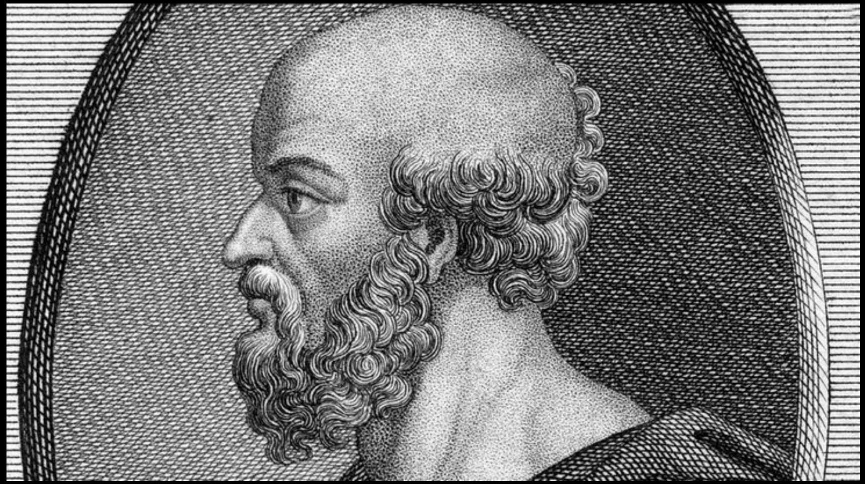
Chapitre 2 : Trigonométrie



Lycée Marcelin BERTHELOT - Aymé PETIT

Point étymologique

Trigonométrie vient du grec *trìgônos* (triangulaire) et *métron* (mesure).



Ératosthène (de Cyrène), né en -276 avant J.C., utilise la **trigonométrie** pour déterminer la circonférence de la Terre avec 3% d'erreur !

I/ Cercle trigonométrique & radian

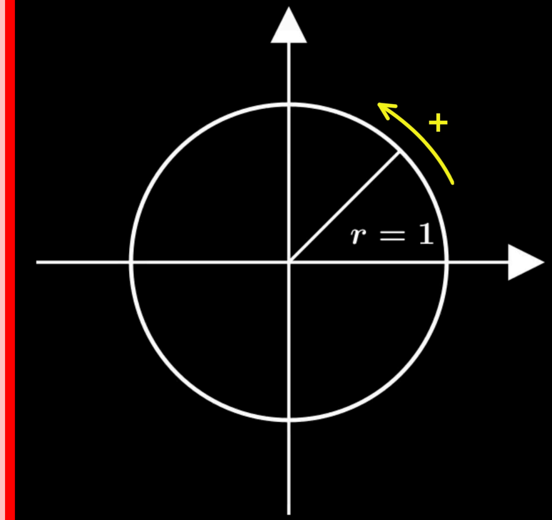
1) Le cercle et la droite des réels

1) Le cercle et la droite des réels

Définition :

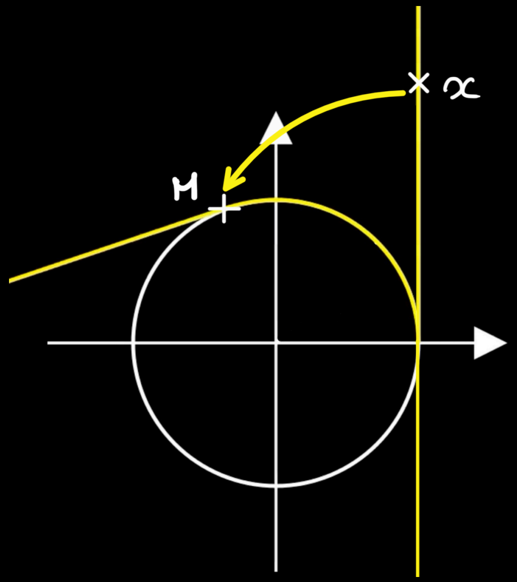
Le **cercle trigonométrique** est le cercle $\mathcal{C}$ du repère orthonormé centré en $(0;0)$ et de rayon 1.

Il est **orienté** dans le sens anti-horaire, appelé **sens trigonométrique** (ou sens direct).



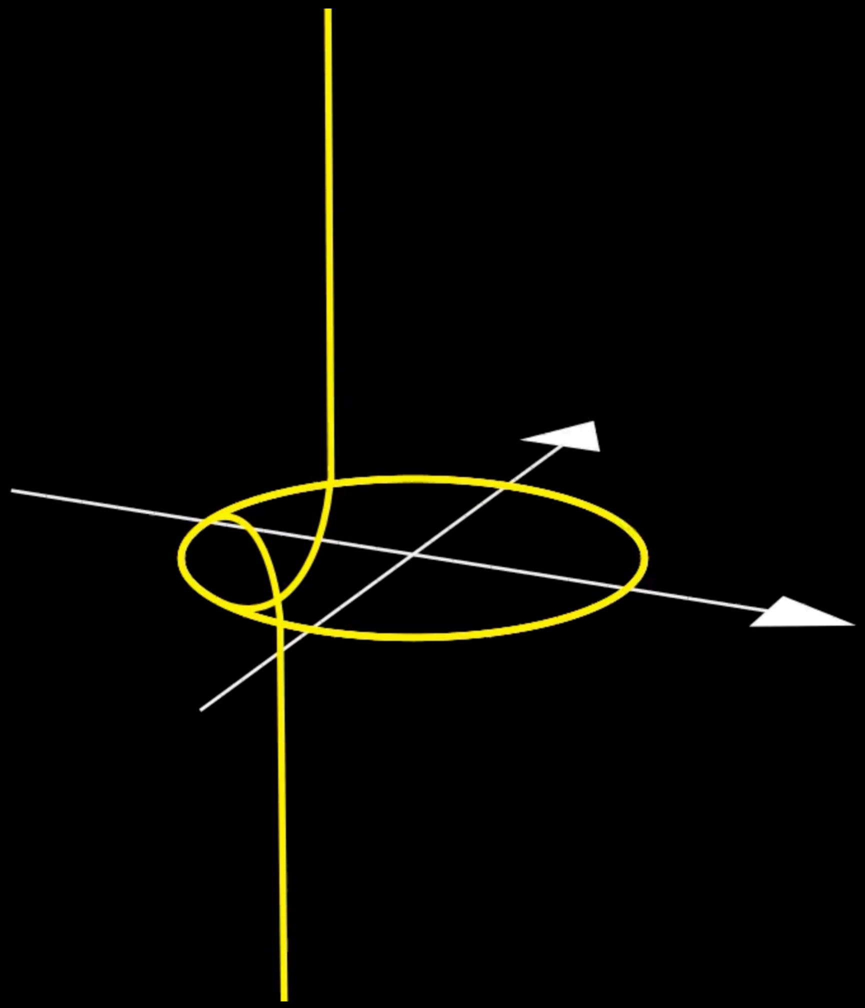
Définition :

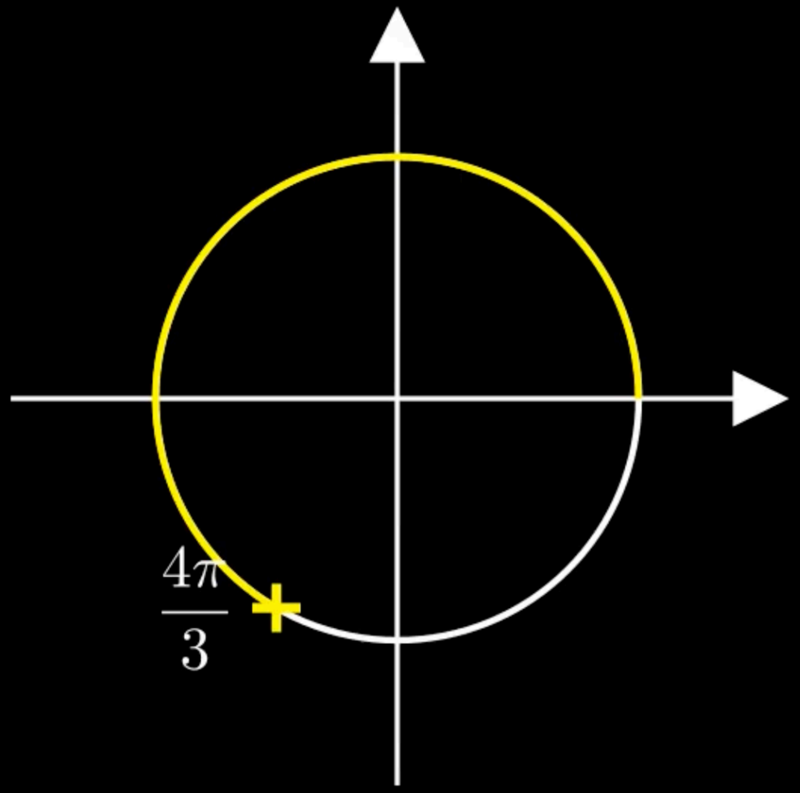
À tout réel x correspond un unique point M sur le cercle $\mathcal{C}$, appelé **point image** de x par enroulement de la droite des réels sur le cercle.



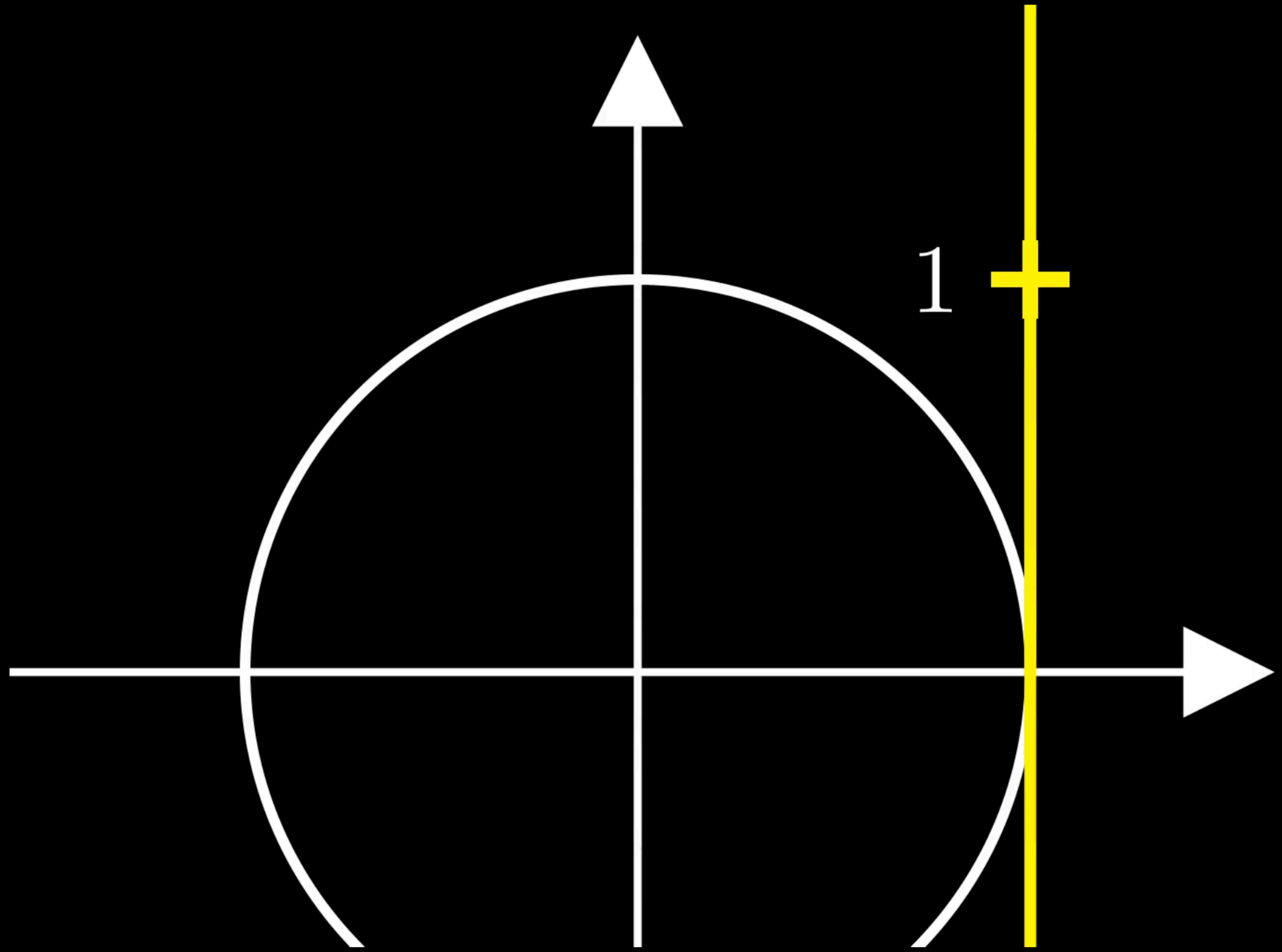
Propriété :

Deux réels x et x' ont le même point image sur $\mathcal{C}$ si et seulement s'il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $\boxed{x = x' + 2k\pi}$.



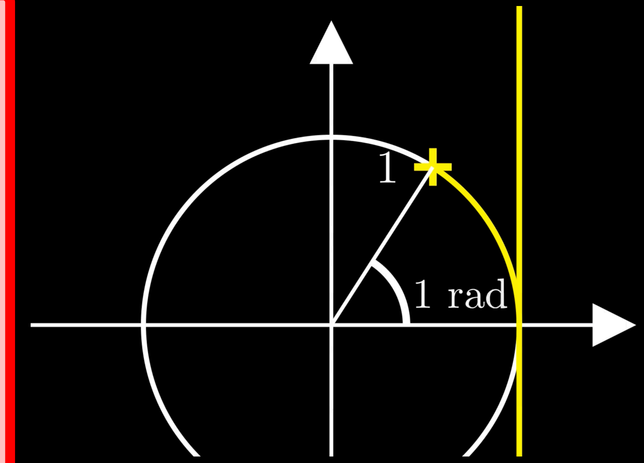

$\frac{4\pi}{3}$

2) Radian



Définition :

Le **radian** (rad) est la mesure d'un angle qui intercepte $\mathcal{C}$ sur un arc de longueur 1. On a $1\,\mathbf{rad} \approx 57{,}3°$.



Compléter le tableau suivant :

Angle en degré	0	30	45	60	90	180	360
Angle en radian							

Dans la suite du cours, tous les angles seront donnés en radian.

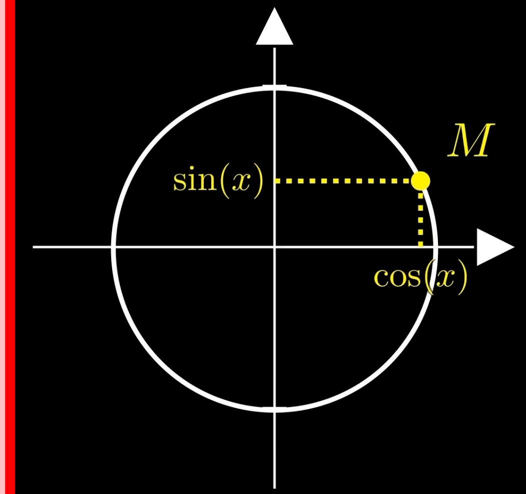
II/ Cosinus et sinus d'un réel

Définitions :

Soit $x \in \mathbb{R}$ ayant M pour point image sur $\mathcal{C}$.

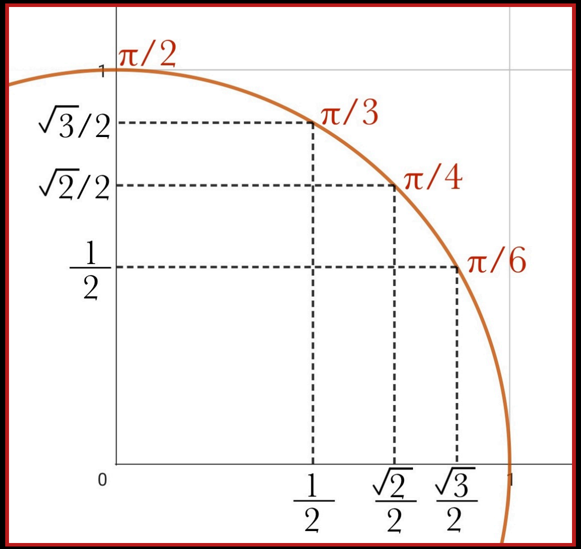
- L'abscisse de M est le **cosinus** de x, noté $\cos(x)$.
- L'ordonnée de M est le **sinus** de x, noté $\sin(x)$.

Autrement dit : $M(\cos x\ ;\ \sin x)$.



Valeurs remarquables à connaître

Angle	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

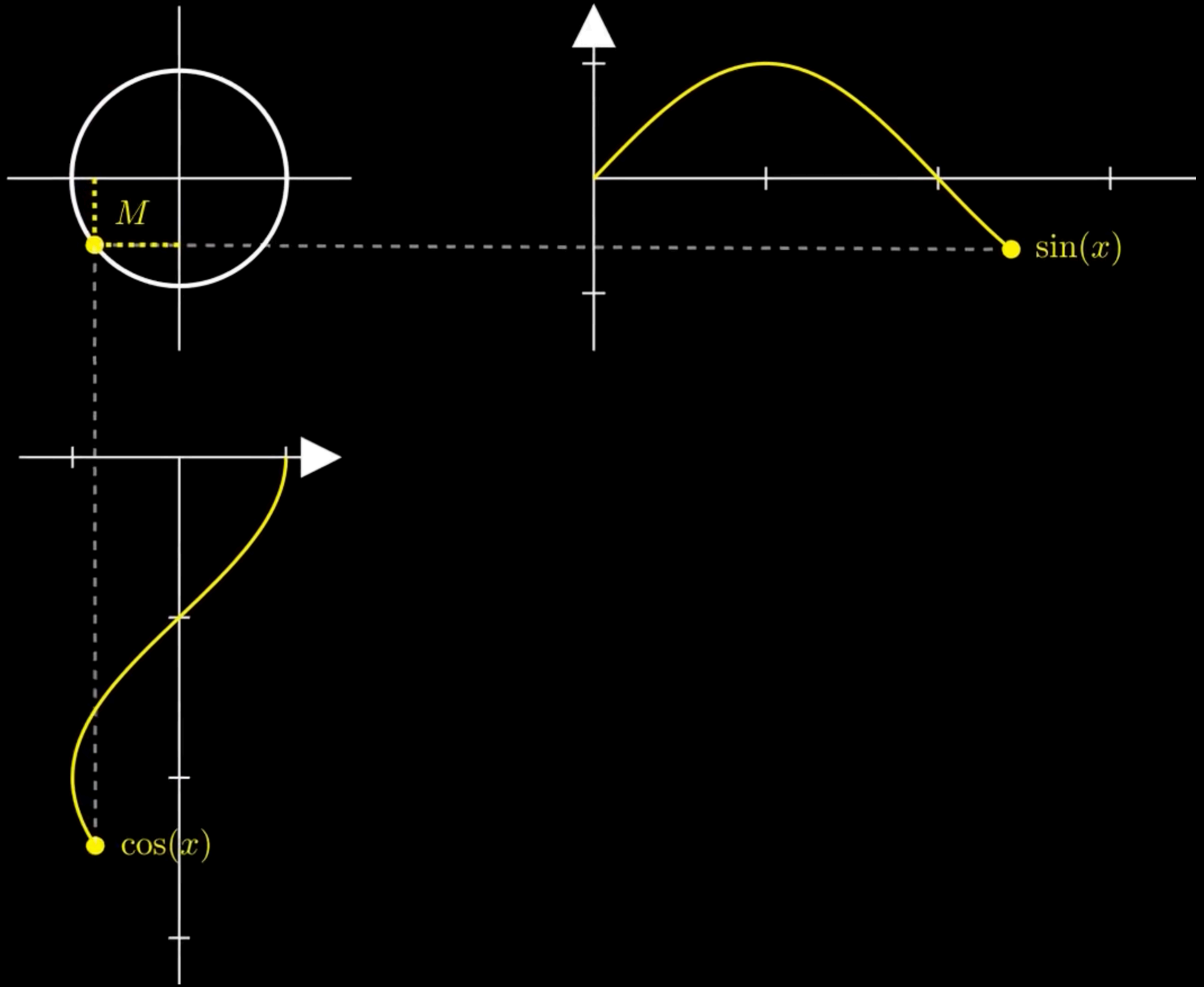


Propriété :

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a les propriétés suivantes :

- $-1 \leqslant \cos(x) \leqslant 1$
- $-1 \leqslant \sin(x) \leqslant 1$
- $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

III/ Fonctions trigonométriques

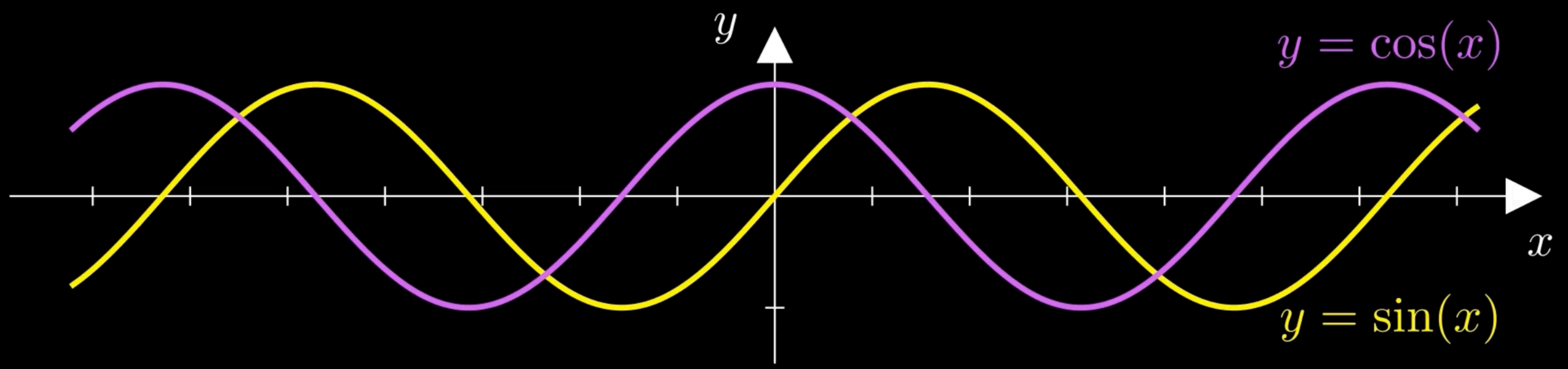


Définition :

La fonction $\begin{cases} \textbf{cosinus} \\ \textbf{sinus} \end{cases}$ est la fonction $\begin{cases} x \longmapsto \cos(x) \\ x \longmapsto \sin(x) \end{cases}$ définie sur $\mathbb{R}$.

Remarque :

Les représentations graphiques des fonctions **cos** et **sin** sont des **sinusoïdes**.



Définition :

Une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est dite ***T*-périodique** avec $T > 0$, lorsque pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f(x+T) = f(x)$$

Propriété :

Les fonctions cos et sin sont 2π-périodiques : pour tt $x \in \mathbb{R}$

$\cos(x+2\pi) = \cos(x) \quad$ et $\quad \sin(x+2\pi) = \sin(x)$.

Rappels :

Si f est définie sur $\mathbb{R}$, alors :

- f est **paire** lorsque pour tt $x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = f(x)$;
- f est **impaire** lorsque pour tt $x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = -f(x)$.

Propriété :

- La fonction cos est **paire** : $\cos(-x) = \cos(x)$.
- La fonction sin est **impaire** : $\sin(-x) = -\sin(x)$.

❧ Fin de chapitre ❧