

Corrections :

Exercice 4 :

* Pour la fonction i :

$$\begin{aligned} i(x) &= \frac{25}{3}x^2 - \frac{3475}{6}x + \frac{25925}{6} \\ &= \frac{1}{6}(50x^2 - 3475x + 25925) \end{aligned}$$

On peut s'intéresser au polynôme $x \mapsto 50x^2 - 3475x + 25925$

car :

$$i(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{6}(50x^2 - 3475x + 25925) = 0$$

$$\Leftrightarrow 50x^2 - 3475x + 25925 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3475)^2 - 4 \times 50 \times 25925 = 6820625$$

$$\sqrt{\Delta} = 2625$$

Puisque $\Delta > 0$ il y a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{3475 - 2625}{2 \times 50}$$

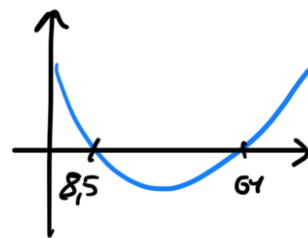
$$x_2 = \frac{3475 + 2625}{2 \times 50}$$

$$x_1 = 8,5$$

$$x_2 = 64$$

Puisque $a = \frac{25}{3} (= \frac{1}{6} \times 50) > 0$ la parabole est tournée vers le haut, d'où le tableau de signes :

x	$-\infty$	$8,5$	61	$+\infty$
		+	-	+
i		0	0	



On a aussi la forme factorisée:

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad i(x) = \frac{1}{6} \times [50(x - 8,5)(x - 61)] = \frac{25}{3}(x - 8,5)(x - 61)$$

* Pour la fonction h :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad h(x) = 2x^2 + 2 - 10x$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4 \times 2 \times 2 = 84 > 0$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{84} = \sqrt{4 \times 21} = \sqrt{4} \times \sqrt{21} = 2\sqrt{21}$$

$\mathbb{P}_h$ a deux racines:

$$x_4 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{5 + \sqrt{21}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-10 - 2\sqrt{21}}{4}$$

$$x_1 = \frac{5 - \sqrt{21}}{2}$$

Puis $a = 2 > 0$ d'où le tableau de signes et la forme factorisée:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
h	+	0	0	+

$\forall x \in \mathbb{R},$

$$h(x) = 2 \left(x - \frac{5 - \sqrt{21}}{2} \right) \left(x - \frac{5 + \sqrt{21}}{2} \right)$$

Exercice 5:

$$\begin{aligned} 1) f(x) = g(x) &\Leftrightarrow 0,5x^2 - 3x + 6 = -16 + x \\ &\Leftrightarrow 0,5x^2 - 4x - 10 = 0 \quad (*) \end{aligned}$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 0,5 \times (-10) = 36$$

$$\sqrt{\Delta} = 6$$

Σf a deux solutions à $(*)$:

$$x_1 = \frac{4-6}{2 \times 0,5} = -2$$

$$x_2 = \frac{4+6}{2 \times 0,5} = 10$$

2) Trouvons les coordonnées des points d'intersection :

$$g(x_1) = g(-2) = -16 - 2 = -14$$

$$g(x_2) = g(10) = 26$$

Donc on a bien deux points d'intersection :

$$A(-2; -14) \quad \text{et} \quad B(10; 26)$$

Explication schématique :

